

**13. Tagung „Zahnriemengetriebe“
am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design
der TU Dresden**

Dr.-Ing. Robert Witt (IFTE, TU Dresden)

Modellierung und Simulation der Beanspruchung von Zugsträngen
aus Stahllitze

1. Einleitung
2. Direkte Biegung über eine Seilscheibe
3. Belastungsverhalten bei Elastomer-Ummantelung
4. Verhalten des Zugstrangs im Riemen mit Zahnprofil
5. Zusammenfassung

1. Einleitung

Ein Zugstrang aus Stahllitze, wie er häufig in Zahnriemen verwendet wird, ist seinem Aufbau nach ein sehr feines Drahtseil. Für sogenannte laufende Seile, also Drahtseile, die über Seilscheiben laufen, gibt es aufgrund der vielseitigen Verwendung in der Fördertechnik, z.B. für Aufzugs- und Hebeanlagen, umfangreiche experimentelle Untersuchungen und Richtlinien zur Lebensdauer sowie einige wenige theoretische Betrachtungen zu den inneren Belastungsverhältnissen. Zwar sind diese Erkenntnisse in begrenztem Umfang auch auf die in Riemen eingesetzten Zugstränge übertragbar, gegenüber dem direkten Lauf eines Seils über eine Seilscheibe bestehen jedoch auch grundsätzliche Unterschiede: Während bei direktem Seil-Scheiben-Kontakt die Berührstellen der Drähte je nach spezifischer Rillengeometrie oft sehr hohe lokale Belastungen ertragen müssen, kann diese Kontaktkraft durch das zwischenliegende Elastomer in einem Riemen deutlich besser im Zugstrang verteilt werden (Bild 1). Zudem treten in einem Zahnriemen bei Eingriff in die verzahnte Scheibe profilabhängig weitere lokale Biegungen auf, die nur schwer quantifizierbar sind, jedoch einen deutlichen Einfluss auf die Lebensdauer der Zugstränge haben dürften.

Im Folgenden soll anhand der einfachen Litze 1+6 aufgezeigt werden, wie diese bislang in der konventionellen Seilforschung zu wenig beachteten Aspekte der Zugstrangbelastung in Riemengetrieben mit Hilfe der Finiten Elemente Methode detailliert untersucht werden können.

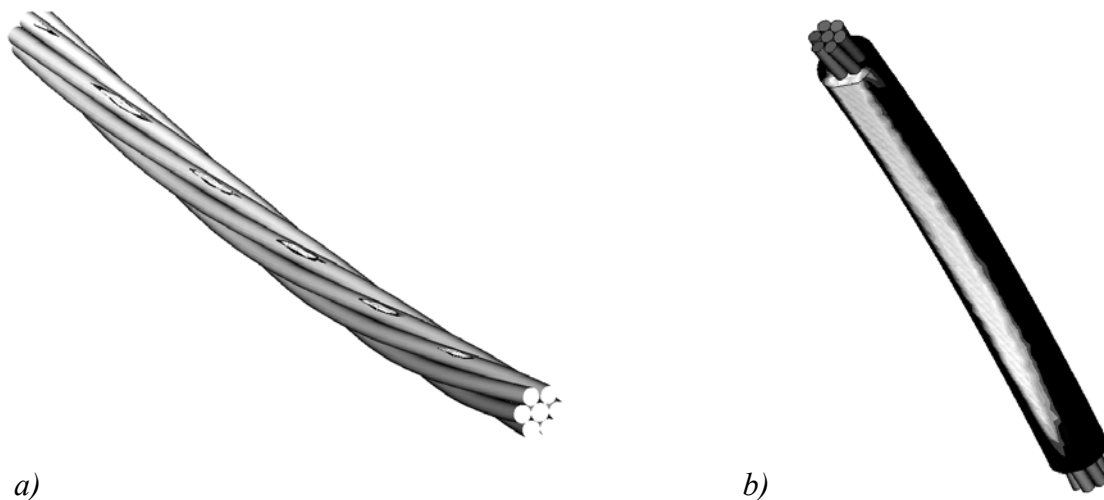


Bild 1: Verteilung der Kontaktkräfte zwischen Scheibe und Seil des Typs 1+6 (Scheibe ausgeblendet)
a) lokale Kontakte an den Außendrähten bei direktem Scheibenkontakt, b) großflächige Verteilung der Kontaktkraft bei Elastomer-Ummantelung des Zugstrangs

2. Direkte Biegung über eine Seilscheibe

Um den Lauf des Seils um die Scheibe modellhaft abzubilden, wird es zunächst an einem Ende fixiert und dann unter der gewünschten Axialkraft von hier 300N schrittweise über eine als ideal steif angenommene, glatte Seilscheibe mit gebogen. Das zu biegende Seilende wird dabei gegen Verdrehen gesichert. Als Scheibendurchmesser wird das Hundertfache des Seildurchmessers gewählt [Ifte].

Wie eingangs bereits angedeutet, tritt bei direkter Biegung des Seils um die Seilscheibe Berührung nur an den Stellen auf, wo genau ein Außendraht der Scheibe gegenüberliegt (Bild 1a). Bild 3a zeigt die Druckspannungen im Seilquerschnitt eines solchen Kontaktbereichs zwischen Seil und Scheibe anhand der dritten Hauptspannungen. Aufgrund der Aufteilung der gesamten Kontaktkraft zwischen Seil und Scheibe auf nur wenige lokale Berührungspunkte (bei sechs Außendrähten genau sechs Kontaktstellen pro Schlaglänge) werden hier relativ hohe Druckspannungen in das Seil eingeleitet. Diese pflanzen sich fort bis ins Innere des Seils, in Form einer ebenfalls erhöhten Druckspannung im Kerndraht direkt über der Scheibenkontaktstelle. Diese Spannungen senkrecht zur Seilachse führen zu lokalen zusätzlichen Biegungen, die der primären Seilkrümmung entsprechend dem Scheibenradius überlagert sind. Ähnlich also dem Zahnriemen, der bedingt durch die eingreifenden Zähne bei der Biegung um die Zahnscheibe einen Polygoneffekt zeigt, verhält sich auch das Seil bei Biegung um eine Seilscheibe aufgrund der Stützstellen der Außendrähte.

3. Belastungsverhalten bei Elastomer-Ummantelung

Für eine gute Verankerung der Zugstränge im Basismaterial ist ein möglichst tiefes Eindringen des Elastomers in die Draht- bzw. Litzenzwischenräume Voraussetzung. Die hier betrachtete Litze 1+6 hat einen gegenüber den Außendrähten geringfügig im Durchmesser vergrößerten Kerndraht (0,365 mm zu 0,35 mm). Dadurch ergibt sich im konkreten Fall eine Sperrung (ein Spalt zwischen den Außendrähten) von etwas über 5 μm , durch die das Polyurethan in den Zugstrang in Richtung Kerndraht eindringen kann. Wie weit das Elastomer bei der Riemenherstellung jedoch genau die Zwischenräume penetriert, ist von einer Vielzahl äußerer Faktoren abhängig. Auch hier ist jeder Riemenhersteller bemüht, durch spezielle Prozess- und Werkstoffoptimierung die Eindringtiefe weiter zu steigern. Für die folgenden Betrachtungen wird angenommen, dass das Polyurethan bis auf das 0,8-fache des

Windungsradius der Außendrähte in den Zugstrang vordringt. Bild 2 zeigt das Modell des Zugstrangs, eingebettet in einen Elastomerzylinder mit 1,5-facher Ausdehnung des Seildurchmessers. Da hier die mechanischen Belastungen der Zugstränge im Vordergrund stehen und zunächst nur der Einfluss des Elastomers auf das Systemverhalten wichtig ist, kann die Netzdichte im PU deutlich gröber als im Zugstrang ausfallen.

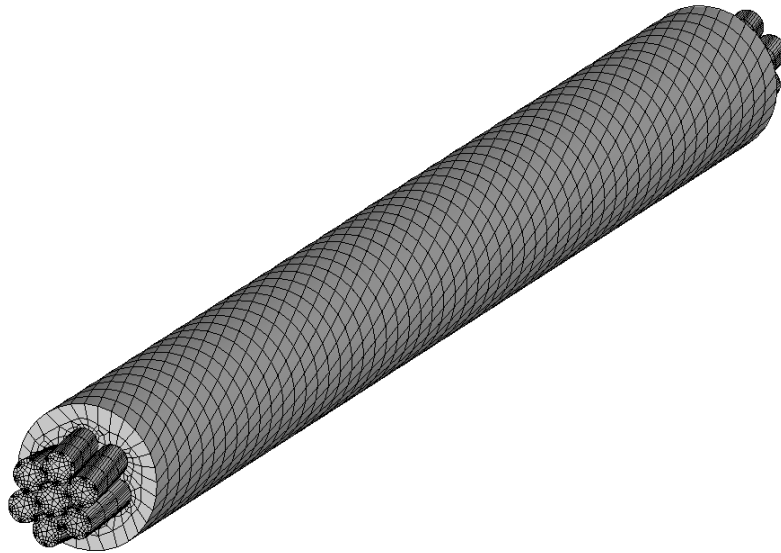


Bild 2: Einfache Litze 1+6 (0,365+6x0,35), zylinderförmig in PU eingebettet

Für die Berechnungen wird angenommen, dass zwischen den Drähten und dem kontaktierenden Werkstoff PU entsprechend dem Idealfall keine Relativbewegungen stattfinden können.

Bild 3b zeigt den Seilquerschnitt, der ohne PU-Einbettung die Scheibe berühren und somit, wie in Bild 3a dargestellt, besonders hohe Belastungen aufweisen würde. In diesem verringert sich die maximal auftretende Druckspannung um mehr als 50% gegenüber der gebogenen Litze ohne Ummantelung. Werden bei letzterer die maximalen Druckspannungen durch die Kontaktdrücke zur Scheibe bzw. der Drähte untereinander bestimmt, dominieren nun nur noch die Druckspannungen aufgrund der Seilbiegung um die Scheibe. Der vormals beobachtete Polygoneffekt wird durch die Elastomer-Ummantelung nahezu vollständig beseitigt, ein fraglos deutlicher Vorteil von (Flach-)Riementrieben gegenüber herkömmlichen Seiltrieben.

4. Verhalten des Zugstrangs im Riemen mit Zahnprofil

Zur exemplarischen Anschauung der zahnprofilbedingten Auswirkungen auf die Zugstrangbelastung wird ein AT10-Profil gewählt. Dieses am Markt sehr verbreitete Profil ist zwar üblicherweise mit einem komplexeren Zugstrang des Typs 7x3 ausgestattet, die hier bislang betrachtete Litze 1+6 reicht jedoch völlig aus, die prinzipiellen Auswirkungen der Verzahnung auf den Zugstrang zu demonstrieren. Ihr Durchmesser ist lediglich knapp 10% größer als der des sonst üblichen Seils, somit lässt sie sich mit nur geringfügigen Modifikationen der Riemengeometrie in das AT10-Profil einfügen. Allerdings ist der metallische Querschnitt der einfachen Litze fast zweimal so groß wie beim ursprünglichen Zugstrang, was beim Aufbringen der Seilzugkraft zu beachten ist. Die Schlaglänge der Litze beträgt 18 mm, das entspricht knapp dem Doppelten der Teilung von 10 mm, also des Abstands zweier Zähne des Riemens im entspannten Zustand.

Um das Verhalten eines Riemensegments beim Eingriff in die Zahnscheibe realitätsnah abzubilden, reicht ein einzelner Riemenzahn nicht aus. Sowohl Messungen als auch FE-Simulationen von Zahnriemengetrieben am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden [Ifte2] haben nachgewiesen, dass ein Getriebe erst mehrere Zahneingriffe durchlaufen muss, bevor sich reproduzierbare Belastungsverhältnisse einstellen. Zieht man den hohen Rechenaufwand in Betracht, den bereits das Modell einer Schlaglänge der in PU eingebetteten Litze in Bild 3b erfordert, muss hier ein erträglicher Kompromiss für die Länge des zu simulierenden Zahnriemenabschnitts gefunden werden. Folglich besteht das modellierte Riemenstück aus drei Zahnsegmenten und 1,8 Schlaglängen des Zugstrangs (Bild 4). Die herstellungsbedingten Wickelnasen am Riemenlückengrund wurden dabei der Einfachheit halber vernachlässigt.

Das am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden entwickelte und verfügbare Zahnriemensimulationssystem basiert bisher auf einem zweidimensionalen Modell. Die Zugstränge sind auf ein Linienelement reduziert, welches das Verhalten des Zahnriemens ausschließlich über seine auf die Einheitsbreite normierte Zug- bzw. Biegesteifigkeit beeinflusst [Ifte2]. Somit geht dieses Modell von einer homogenen Verteilung der Zugstränge über die Zahnriemenbreite aus. Aber auch bei dem in dieser Arbeit entwickelten dreidimensionalen Modell der in PU eingebetteten Litze muss der Riemen nicht über die gesamte Breite abgebildet werden. Ein schmaler Elastomer-Streifen mit einem enthaltenen Zugstrang reicht für die Betrachtungen aus. Für die Untersuchung eines im Inneren des Riemens liegenden Zugstrangs sind die Knoten der Elastomer-Seitenflächen aus

Symmetriegründen derart festzuhalten, das ein seitliches Ausbeulen des Riemensegmentes nicht möglich ist. Soll hingegen der Randbereich des Riemens modelliert werden, an welchem in der Praxis validierende Messungen am besten durchzuführen sind, ist nur die innere Seite lateral zu fixieren (Bild 6). Der Zugstrang wird auch hier mit einer Seilzugkraft von etwa 300 N belastet und anschließend schrittweise über die verzahnte Scheibe gebogen. Der Durchmesser der Zahnscheibe ist hier ebenfalls derart modifiziert, dass sich für die Litze ein Biegeverhältnis D/d_S von etwa 100 ergibt. Zwar muss bei Zahnscheiben in der Realität der Umfang am Wirkkreisdurchmesser immer ein ganzzahliges Vielfaches der Teilung betragen, so dass nur ganz bestimmte Durchmesserwerte erlaubt sind, da hier jedoch nur ein Scheibensegment modelliert wird, stellt ein beliebiger Durchmesser und eine theoretisch daraus resultierende gebrochene Zähnezahlszahl der Scheibe kein Problem dar.

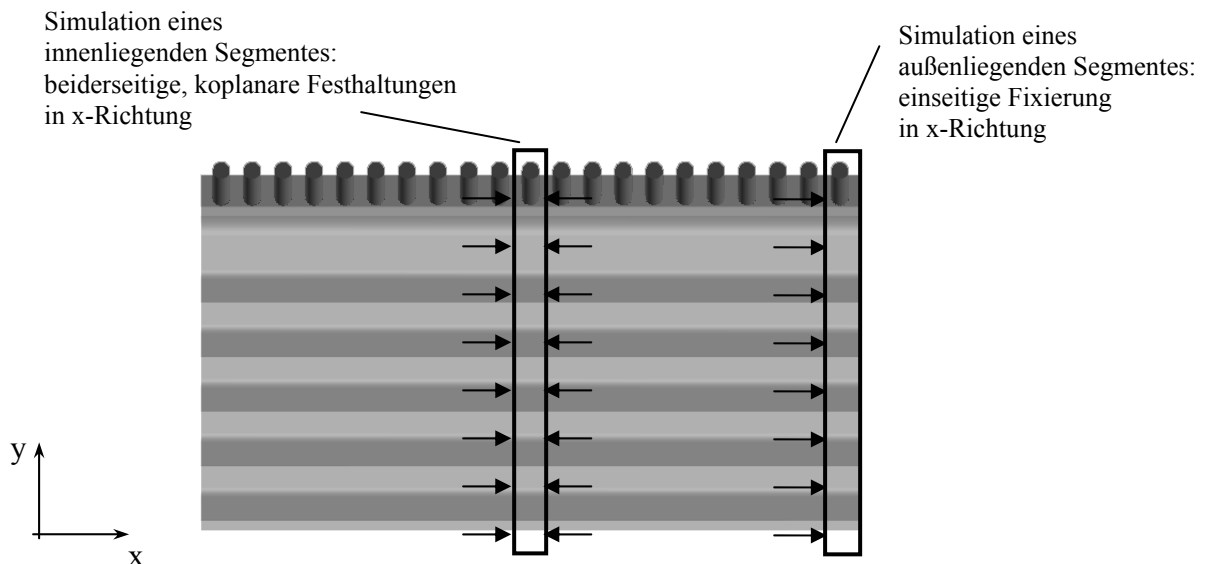


Bild 6: Symmetriebedingungen bei der Modellierung des Zahnriemensegmentes

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf ein innenliegendes Riemensegment eines AT10-Hochleistungsgetriebes ohne Teilungskorrektur, d.h. sowohl die Teilung der Zahnscheibe als auch die des gestreckten, unbelasteten Riemens beträgt genau 10,0 mm.

Der Zahneingriff bei der Biegung des mit einer Zugkraft belasteten Riemensegmentes um die Zahnscheibe ist in etwa vergleichbar mit den auftretenden Belastungen im Lasttrum eines Zahnriemens beim Einlauf auf die Antriebsscheibe. Der Riemenzahn berührt zunächst die kraftübertragende Zahnflanke der Scheibe, bevor er entlang dieser in den Scheibenlückengrund hineingleitet. Dieser reibungsbehaftete Vorgang sorgt aufgrund der relativ großen zu übertragenden Normalkraft für hohe lokale Belastungen und verzögert bzw. verhindert das vollständige Setzen des Riemenzahns in den Scheibenlückengrund. Bild 4a

zeigt die auftretenden Vergleichsspannungen im PU. Hier sind deutliche Spannungserhöhungen an den kraftübertragenden Zahnflanken zu erkennen. Weiterhin sieht man, dass diese von Zahn 1 (rechts im Bild) zu Zahn 3 zunehmen. Dieser Effekt erklärt sich durch die Längung des Riemen und damit durch die Vergrößerung seiner tatsächlichen Teilung unter Zugbelastung. Dadurch steigt mit jedem neuen Zahneingriff die theoretische Überdeckung der Zahnflanken von Riemen und Scheibe. Auch im bislang verwendeten zweidimensionalen Zahnriemenmodell ist dieser Effekt deutlich zu erkennen. Bild 7 zeigt das Ergebnis einer mit dem zweidimensionalen Modell durchgeführten Vergleichsrechnung, bei der eine komplette Antriebsscheibe mit einer Zähnezahl von 34 modelliert wurde, auf der ein Riemen mit 180° Umschlingungswinkel läuft. Damit ergibt sich auch hier ein theoretisches Biegeverhältnis D/d_s von etwa 100. Die Zug- und Biegesteifigkeit des für den Zugstrang verwendeten Linienelementes ist den tatsächlichen Werten der Litze 1+6 entsprechend angepasst.

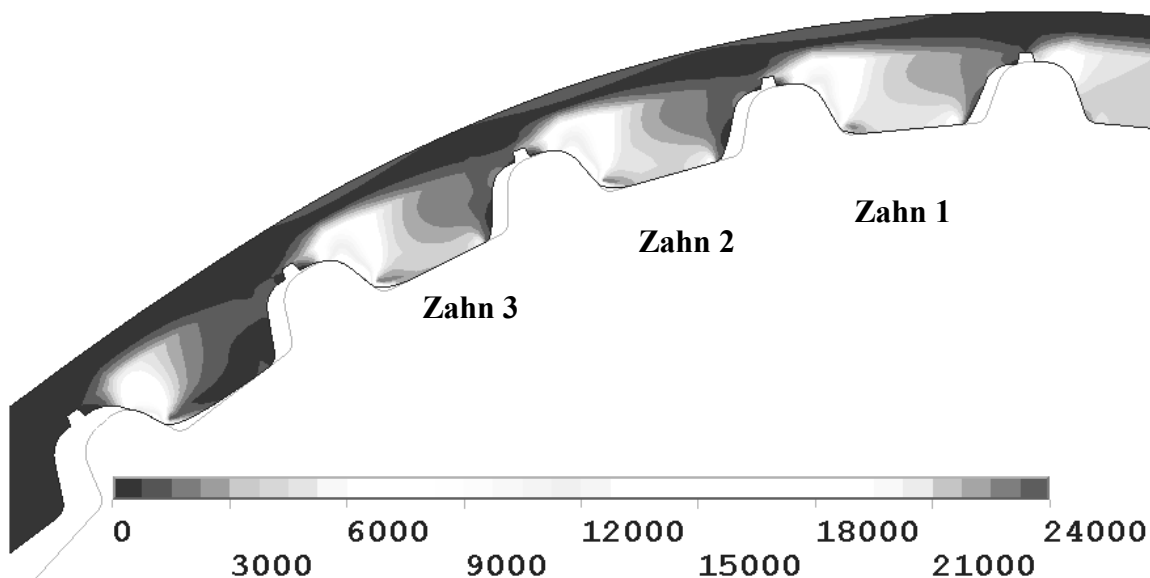
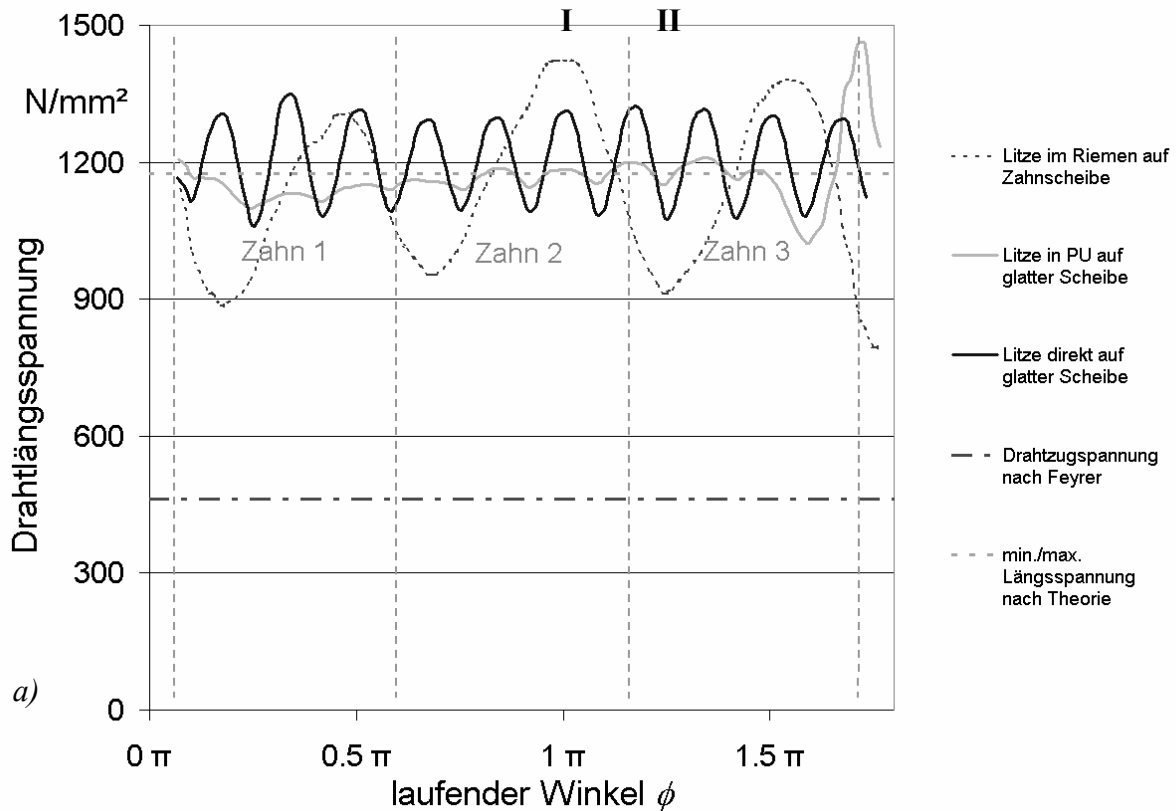


Bild 7: vonMises-Spannungsverteilung in mN/mm^2 im PU des in die Scheibe eingreifenden Riemenzahns mit dem Profil AT10 und Zugstrang 1+6 ($D=100 d_s$, $S=300 \text{ N}$); zweidimensionales Modell mit zu Linienelementen reduzierten Zugsträngen

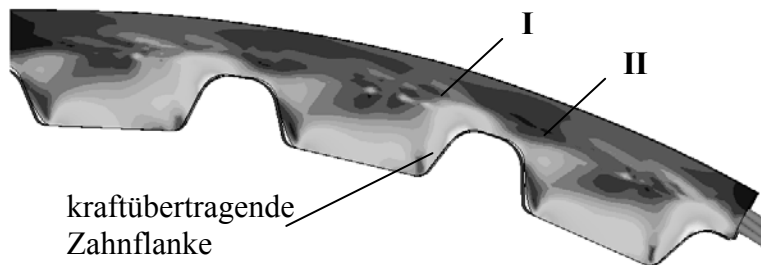
Die Spannungsverteilungen im Seilquerschnitt offenbaren auf den ersten Blick keine bedeutsamen Abweichungen von denen der ummantelten Litze, welche über eine glatte Scheibe gebogen wird. So unterscheiden sich z.B. die maximal auftretenden Vergleichsspannungen im Querschnitt entsprechend Bild 4b um nur etwa 5%. Verfolgt man jedoch den Verlauf der auftretenden Spannungen entlang der Seilachse im Zahnriemen,

ergeben sich sichtliche Schwankungen (Bild 5). Diese sind in Bild 8 am Beispiel des Kerndrahtes dargestellt und weichen deutlich von den bislang behandelten und hier gegenübergestellten Belastungsfällen ab. So schwanken die maximalen Längsspannungen im Kerndraht einer direkt um eine glatte Scheibe gebogenen Litze zwischen etwa 1050 und 1300 N/mm² mit einer Periode von der Länge des Abstands der Scheibenkontaktstellen. Immer, wenn ein darunter liegender Außendraht die Scheibe berührt, wird also auch der Kerndraht lokal um diesen gebogen. Auch bei der ummantelten Litze ist dieser Effekt noch zu erkennen, wenngleich aufgrund des entfallenden direkten Kontakts zwischen Seil und Scheibe die Welligkeit des Verlaufs wesentlich geringer ist. Diese Kurve deckt sich auch relativ gut mit der klassisch ermittelten maximalen Drahtlängsspannung von knapp 1200 N/mm², die sich aus der aufgetragenen Seilzugspannung sowie der *Reuleaux*'schen Biegespannung ergibt [Witt].

Der Spannungsverlauf des Kerndrahtes im belasteten Zahnprofil zeigt im Gegensatz dazu deutliche lokale Minima und Maxima mit der Periode der Riementeilung. Die maximale Drahtlängsspannung schwankt über eine Teilung zwischen etwa 900 und 1400 N/mm². Somit ist hier der Kerndraht, im Gegensatz zu den Außendrähten, sogar noch höher belastet als bei vergleichbarer direkter Biegung der Litze über die glatte Scheibe. Die Periodizität der Kurve lässt sich mit dem bei Zahnriemengetrieben auftretenden verzahnungsbedingten Polygoneffekt erklären, da im Gegensatz zu Flachriemen aufgrund der diskreten Scheibenzähnezahl zusätzliche lokale Biegungen zwischen den im Eingriff befindlichen Riemenzähnen entstehen. Die genaue Lage und Ausprägung der lokalen Extrema hängt jedoch wesentlich von den konkreten Ein Zahnverhältnissen ab. Bei großen Trumkräften kann der Riemenzahn nicht vollständig an der kraftübertragenden Flanke in den Scheibenlückengrund hinabgleiten. Dadurch entsteht eine zusätzliche Biegebelastung im darüber liegenden Zugstrangabschnitt, der in Bild 8 als Bereich I markiert ist. Zwischen diesen Stützstellen kann sich der Riemenzahn jedoch deutlich besser in die Scheibe schmiegen, was eine zusätzliche, zur Gesamtbiegung des Zahnriemens entgegengesetzte Biegekomponente zur Folge hat, welche in diesen Bereichen die resultierende Biegespannung merklich reduziert. Das Minimum befindet sich in diesem Fall in etwa über der unbelasteten Riemenflanke, in Bild 8 als Bereich II markiert



a)



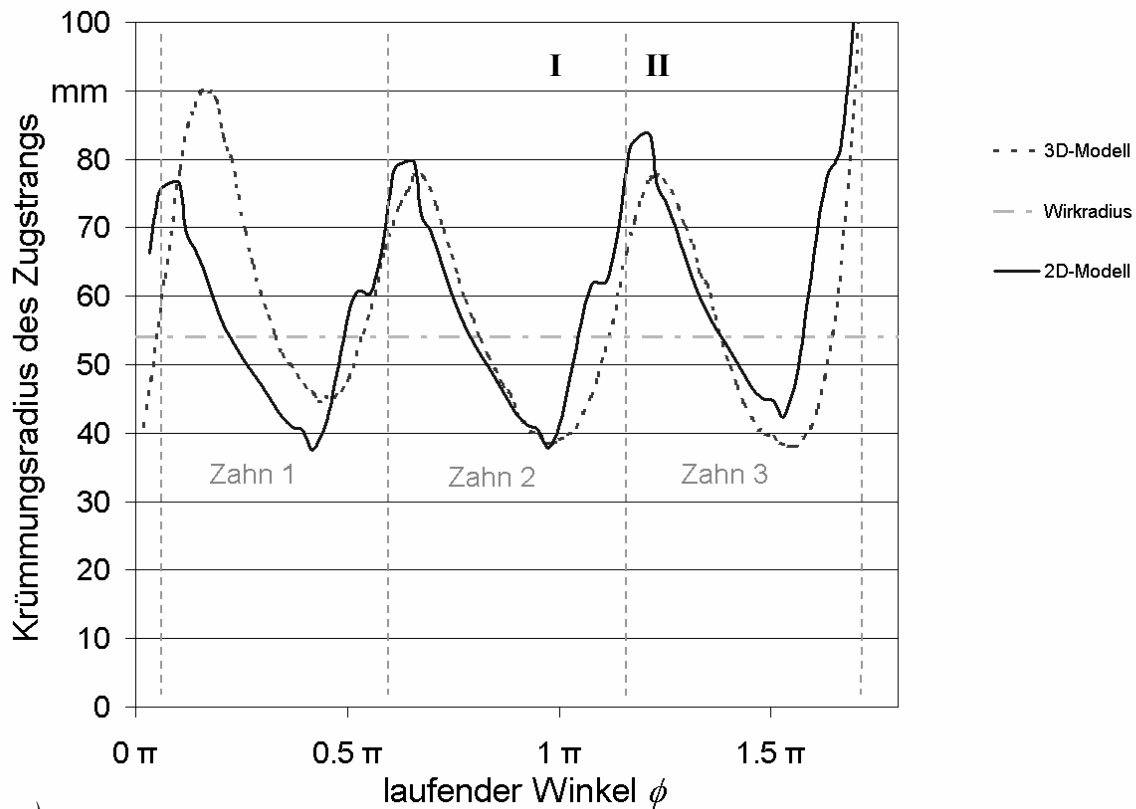
b)

Bild 8: Biegung der im AT10-Zahnriemensegment eingebetteten Litze 1+6 um die Zahnscheibe ($D=100 d_s$, $S=300\text{ N}$)

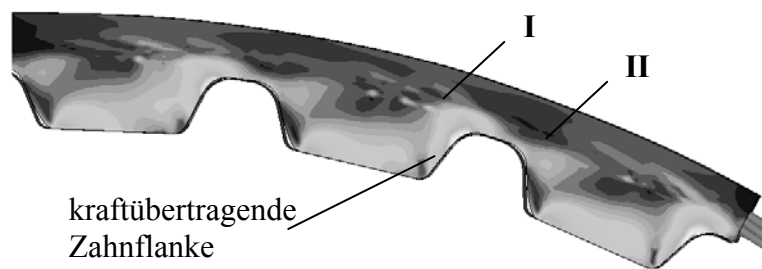
a) Verlauf der minimalen und maximalen Längsspannung im Kerndraht (rot dargestellt) im Vergleich zu den entsprechenden Spannungsverläufen der mit und ohne PU versehenen Litze 1+6 bei Biegung über eine glatte Scheibe, b) Lage der Gebiete I und II im eingezahnten Riemen

Aus dem Verlauf der resultierenden Raumkurve des Zugstrangs, die in etwa einen Kreisbogen mit dem Radius des halben Wirkkreisdurchmessers beschreibt, oder alternativ über die ermittelten Drahtlängsspannungen kann man nun den örtlichen Krümmungsradius berechnen [Witt]. Bei dem zum Linienelement reduzierten Zugstrang des zweidimensionalen Zahnriemenmodells ist das Ermitteln der Raumkurve recht einfach. Für ein komplexes Seil, das aus mehreren umeinander geschlungenen Drähten bzw. Litzen besteht, muss zunächst ein

geeignetes Maß für die Gesamtbiegung gefunden werden. Bei dem Zugstrang 1+6 bietet sich als Kriterium die Raumkurve der Kerndrahtachse an, die gleichzeitig die Seilachse bildet.



a)



b)

Bild 9: Biegung der im AT10-Zahnriemenssegment eingebetteten Litze 1+6 um die Zahnscheibe ($D=100 d_s$, $S=300\text{ N}$)

a) Verlauf des Krümmungsradius des Zugstrangs über drei Riemenzähne im zweidimensionalen sowie im dreidimensionalen Modell, b) Lage der Gebiete I und II im eingezahnten Riemen

Bild 9 stellt die ermittelten Seilkrümmungen über drei Riemenzähne für das zwei- und das dreidimensionale Modell gegenüber. Die Krümmungsradien stimmen recht gut überein und schwanken etwa zwischen 40 und 85 mm. Damit liegt der kleinste, durch die Verzahnung hervorgerufene Biegeradius ca. 25% unter dem halben Wirkkreisdurchmesser. Die leichte

Phasenverschiebung sowie die Unterschiede am Anfang des Diagramms haben ihre Ursache in den am Zahn 1 angebrachten Randbedingungen im dreidimensionalen Modell.

5. Zusammenfassung

Die vorangehenden Untersuchungen belegen, dass sowohl der die Kontaktdrücke dämpfende Einfluss des PU als auch die Auswirkungen der Riemenverzahnung auf das Biegeverhalten der Zugstränge mit der Methode der Finiten Elemente sehr gut abgebildet werden können, auch wenn die Modellierung eines vollständig eingebetteten Zugstrangs bislang auf eine einfach verseilte Konstruktion beschränkt ist. Vergleichende Untersuchungen des hier entwickelten dreidimensionalen Modells mit dem bereits am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden vorhandenen zweidimensionalen Simulationssystem zeigen in weiten Teilen sehr gute Übereinstimmungen. Dies bestätigt einerseits die Zweckmäßigkeit des für den Zugstrang verwendeten Linienelements im zweidimensionalen Modell, belegt andererseits aber auch die ordnungsgemäße Funktion des hochkomplexen dreidimensionalen Modells. Die beobachteten Unterschiede sind auf die bislang noch ungenauen Randbedingungen am dreidimensionalen Modell zurückzuführen. Hier bietet sich an, die Vorteile beider Modelle miteinander zu kombinieren. So kann zunächst mit dem zweidimensionalen Modell der Einlaufvorgang des gesamten Riemens simuliert werden. Daraus ergibt sich die Lage der genauer zu untersuchenden Riemenzähne sowie des Zugstrangs relativ zur Scheibe. Diese Daten werden nun als Randbedingung in das dreidimensionale Modell überführt, in der mit der entsprechenden Simulation der Riemenbiegung die genauen Spannungsverteilungen im Seilquerschnitt abgeleitet werden können.

Literatur:

- [Ifte] Witt, R.: Zugstranganalyse mit FEM – Notwendigkeit und Vision, Tagungsband 9. Fachtagung Zahnriemengetriebe. Dresden: 14./15.09.2004
- [Ifte2] Nagel, T.; Müller, A.; Witt, R.: Unterstützung der Produktentwicklung durch FEM auf dem Gebiet der Zahnriemengetriebe. Bericht des Instituts für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden 2002.
- [Witt] Witt, R.: Modellierung und Simulation der Beanspruchung von Zugsträngen aus Stahllitze für Zahnriemen. Dissertation TU Dresden 2007.