

3. Modellierung und Simulation

3.2. Methodik der Modellentwicklung

3.2.1. Abgrenzung von Teilsystemen

- Funktionelle Teilsysteme
- Basis-Modellstruktur und Basis-Teilmodelle
- Physikalische Domänen

3.2.2. Definition der Schnittstellen

- Wechselwirkung
- Konventionen in SimulationX
- Leistung=Flussgröße x Potentialgröße
- Analogien zwischen den Domänen
- Numerik der Wechselwirkung
- Wechselwirkung von Teilsystemen (SimulationX)
- Konventionen in der Netzwerktheorie
- Schnittstellen an Teilsystemen (SimulationX)
- Physikalische Wirkungsrichtungen (SimulationX)

3.2.3. Reduktion auf idealisierte Elemente

- Idealisierte Elemente mit konzentrierten Parametern
- Beispiel - Elektromagnet
- Zustandsgrößen

3.2.4. Zusammenstellung wesentlicher Effekte

- Beispiel "Elektrischer Widerstand"
- Beispiel "Elektrische Kapazität"

3.2.5. Modell-Notation

- Ein formaler Prozess
- "Analogrechner"-Schaltung
- Netzwerk-Analogie
- Teilmodell-Blockschaltung
- Programmiersprache (Algorithmus & Equation)

3.2.6. Beispiele für unterschiedliche Domänen (Siehe Mitschrift)



3.2. Modellierung und Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.1. Abgrenzung von Teilsystemen

----> Funktionelle Teilsysteme

- Die **Komplexität** eines Gerätes oder einer Baugruppe ist nur durch Zergliederung in "funktionelle Teilsysteme" beherrschbar.
- Modelle von Teilsystemen werden im folgenden "Teilmodelle" genannt.
- Die Abgrenzung von Teilsystemen erfolgt überwiegend nach funktionellen Aspekten:
 - Es sollten funktionelle Einheiten entstehen, welche sowohl als reale Objekte als auch als Teilmodelle selbstständig betrieben werden können.
 - Die Abgrenzung von Teilsystemen ist nicht eindeutig, aber oft identisch mit der geometrischen Abgrenzung der Funktionseinheiten.
- Autonome Betreibbarkeit der funktionellen Teilsysteme sichert die voneinander unabhängige Validierung der Teilmodelle:
 - **validieren** = inhaltliche Glaubwürdigkeit nachweisen (im Unterschied zu)
 - **verifizieren** = Richtigkeit (der numerischen Implementierung) nachweisen.
- *Funktionelle Teilsysteme* elektromagnetischer Antriebssysteme z.B. Netzteil, elektronische Ansteuerung, elektromagnetischer Wandler, Lastsystem:



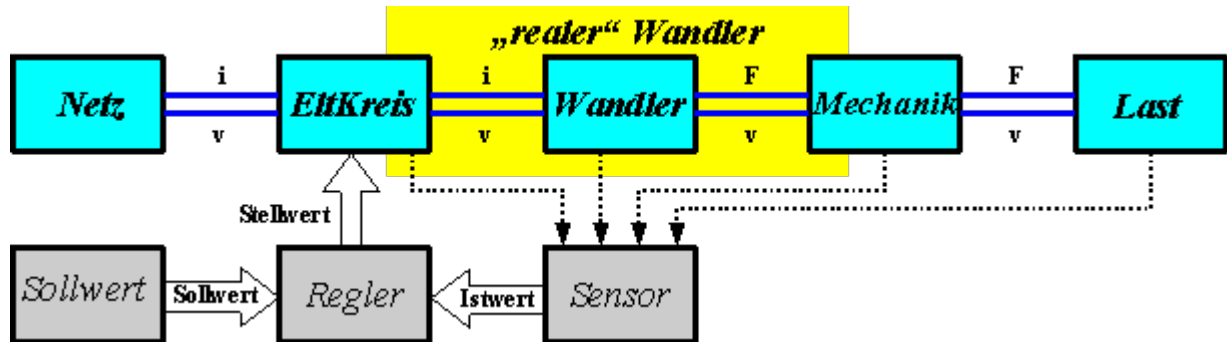


3.2. Modellierung und Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.1. Abgrenzung von Teilsystemen

----> *Basis-Modellstruktur und Basis-Teilmodelle*

- **Basis-Modellstruktur** einer Geräteklasse:
 - Verallgemeinerte Zerlegung in Teilsysteme
 - Verallgemeinerter Energie-, Stoff- und Informationsfluss (*Funktionsstruktur*)
- **Basis-Teilmodelle:**
 - Abstrakte Teilmodelle zu den Teilsystemen einer Basismodellstruktur.
 - "ohne Inhalt" - nur funktionelle Abgrenzung und Schnittstellen (*Teilfunktion*)
- **Beispiel** (elektromechanische Antriebe):



- elektrische Energieversorgung (*Netz*)
- Ansteuerschaltung + elektrische Aspekte des elektromechanischen Wandlers (*EltKreis*)
- elektromechanischer Wandler ("idealisierte" *Wandler*)
- mechanische Aspekte des Wandlers + Übertragungsglieder zur Last (*Mechanik*)
- mechanische Wirkstelle (*Last*)
- Messglied mit Informationsverarbeitung (*Sensor*)
- Reglerbaugruppe (*Regler*)
- Sollwertvorgaben für die Bewegung (*Sollwert*)



3.2. Modellierung und Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.2. Abgrenzung von Teilsystemen

----> *Physikalische Domänen*

Heterogenes Modell:

Berücksichtigt die Phänomene unterschiedlicher (meist physikalischer) Theorien in ihrer Wechselwirkung (Mechanik, Wärme, Elektronik, ...)

Physikalische Domäne (kurz "Domäne"):

- Stellt in einer Modellierungsumgebung (z.B. **SimulationX**) für jeweils eine Theorie die erforderlichen Modellbausteine bereit (Elemente und Verbindungen).
- Jede dieser Theorien wird repräsentiert durch Speicher- und Übertragungselemente für eine bestimmte Energie-Art (bzw. für Stoff oder Information),
z.B. in der Elektronik :
 - Speicher: elektrische Kapazität und Induktivität
 - Übertragungselemente: ohmscher Widerstand, ideale Diode, Schalter
- Ganzheitliche Simulation auf Basis differential-algebraischer Gleichungen:
 - Nutzung einer Theorie "Verallgemeinerter Netzwerke" mit Mehrpol-Elementen.
 - "Gleiche" Behandlung der unterschiedlichen Domänen durch Ausnutzung der Analogiebeziehungen zu elektrischen Netzwerken.

Wandlerelemente:

- Realisieren die (wechselwirkende) Kopplung zwischen jeweils zwei unterschiedlichen Domänen z.B.:
 - elektro-magnetischer Wandler;
 - magneto-mechanischer Wandler;
 - elektro-mechanischer Wandler (bei Kapselung des vermittelnden Partialsystems);
 - stofflich/energetisch-ökonomischer Wandler ("Gebührenzähler")
- Genutzt werden hier die Analogiebeziehungen zum elektrischen Transformator

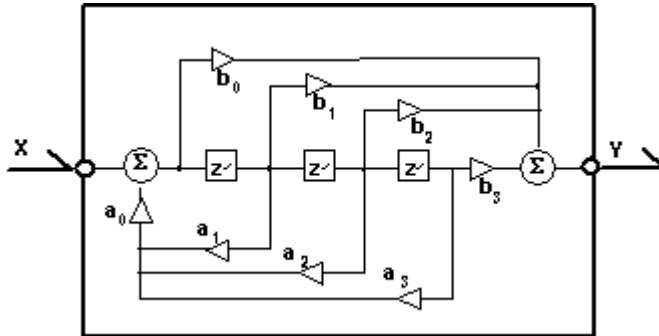


3.2. Modellierung und Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.2. Definition der Schnittstellen

----> Wechselwirkung

- Nach der Abgrenzung eines Teilsystems muss analysiert werden, wie es mit seiner Umgebung in Kontakt tritt (stofflich, energetisch, informationell):
 - Im Sinne der Netzwerk-Theorie ist ein Teilsystem ein Netzwerk-Element.
 - Die Kontaktstellen werden als Pole dieses Netzwerk-Elements idealisiert.
- Man unterscheidet zwei Arten des Kopplung zwischen Teilsystemen:
 - **Wechselwirkungsfrei** (rückwirkungsfreie INPUT und OUTPUT, z.B. idealer Spannungsverstärker)



- **Wechselwirkend** (mit Rückwirkung über die Verbindungen)
Reale technische Teilsysteme sind selten von ihrer Umgebung energetisch entkoppelt. Es findet meist Energieübertragung statt und diese ist nie rückwirkungsfrei!



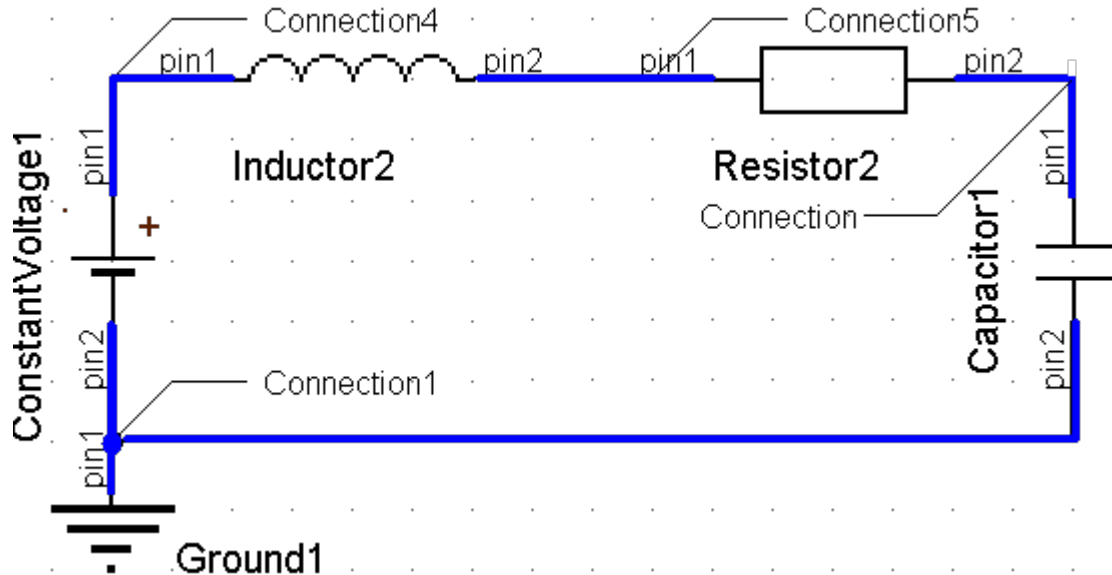


3.2. Modellierung und Simulation: Methodik der Modellentwicklung

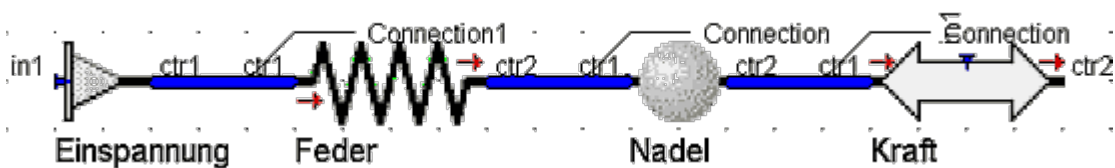
3.2.2. Definition der Schnittstellen

----> *Konventionen in SimulationX*

- Energetisch verbundene Teilsysteme bilden ein Netzwerk, dass in Analogie zur elektronischen Schaltung (=elektrisches Netzwerk) berechenbar ist:



- Z.B. werden die idealisierten konzentrierten Elemente der Mechanik unter Beachtung der positiven Richtung der Weg-Koordinate zu einer "mechanischen Schaltung" verbunden:



- In *SimulationX* werden energieübertragende Schnittstellen der Teilsysteme als Anschlüsse bezeichnet (=Connector bzw. Ctr=Pin).
- Je nach Art der übertragenen Energie unterscheidet man mechanische, elektrische, hydraulische Anschlüsse (usw.).
- Nicht so deutlich wird bei *SimulationX* der spezielle Verbindungstyp (=Connection) zwischen 2 Anschlüssen. Für jede Energieart werden automatisch entsprechend definierte Verbindungen benutzt (mech., elektr., hydraul. usw.).

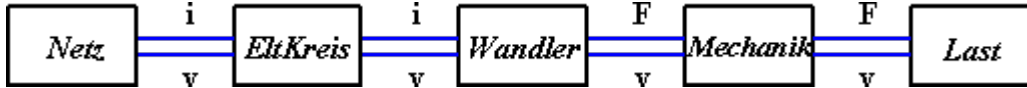


3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.2. Definition der Schnittstellen

----> *Leistung=Flussgröße x Potentialgröße*

- Die Energieübertragung findet als kontinuierlicher Vorgang im Zeitbereich statt. Kennzeichnend dafür ist der jeweilige Momentanwert der Leistung $P=dW/dt$:



- Betrachtet man elektrische Netzwerke, so kann man an dem als Verbindung dienenden "Draht" ein Spannungspotential v in Bezug auf den Massepunkt der Schaltung messen.
Durch den Draht fließt ein Strom i .
Die aktuell übertragene elektrische Leistung ist $P_e=v*i$.
- Die mechanische Leistung $P_m=v*F$ ist das Produkt aus Geschwindigkeit und Kraft, die hier als Potential- und Flussgröße benutzt werden.
- Verallgemeinerung für beliebige Netzwerke:
 - energetische Verbindung besitzt Potential- und Flussgröße;
 - aktuell übertragene Leistung = Flussgröße x Potentialgröße



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.2. Definition der Schnittstellen

----> Analogien zwischen den Domänen

Domäne	Leistung=Fluss*Potential	Flussgröße	Potentialgröße
mech. translatorisch	$P_{mech} = F \cdot v$	F Kraft	v Geschwindigkeit
mech. rotatorisch	$P_{rot} = M \cdot \varpi$	M Moment	ϖ Winkelgeschwind.
elektrisch	$P_{el} = v \cdot i$	i el. Strom	v el. Spannung
magnetisch	$P_{magn} = \dot{\Phi} \cdot Vm$	$\dot{\Phi}$ Flussänderung (aber Fluss Φ wegen R-Analogie genutzt!)	Vm magn. Spannung
fluidisch	$P_{fl} = \dot{V} \cdot p$ (ungünstig wegen Kompression!)	\dot{V} Volumenstrom (aber Massestrom \dot{m} wegen Kompression genutzt!)	p Druck
thermisch	$P_{th} = 1/R_{th} \cdot \Delta T$ ($P_{th} = dQ/dt = \text{Wärmestrom}$)	$1/R_{th}$ (Blödsinn?) Leitfähigkeit (aber Wärmestrom P_{th} wegen R- Analogie genutzt!)	ΔT Temperaturdifferenz



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.2. Definition der Schnittstellen

----> Numerik der Wechselwirkung

- Die Wechselwirkung an den Teilsystem-Schnittstellen findet in der Natur augenblicklich statt ("Parallelverarbeitung").
- Der Mensch definiert dafür aus Gründen der Anschaulichkeit gern kausale Abfolgen, z.B.

"Kraft als Ursache der Bewegungsänderung einer trägen Masse"

- Die umgekehrte Kausalfolge, z.B.:

"Bewegungsänderung einer trägen Masse als Ursache einer Kraftwirkung"

wäre zwar gewöhnungsbedürftig, aber genauso brauchbar.

- Dies widerspiegelt sich vereinfacht in der Gleichung $\mathbf{F}=\mathbf{m}\cdot\mathbf{a}$, die beliebig umgestellt werden kann, ohne an Gültigkeit zu verlieren.
- Moderne Simulationssysteme bilden diese Gleichzeitigkeit durch die Generierung und Lösung eines ganzheitlichen Gleichungssystems ab.
- Teilweise werden im Sinne der Anschaulichkeit und Modellbildung noch kausale Wirkungsrichtungen als Datenflüsse abgebildet.

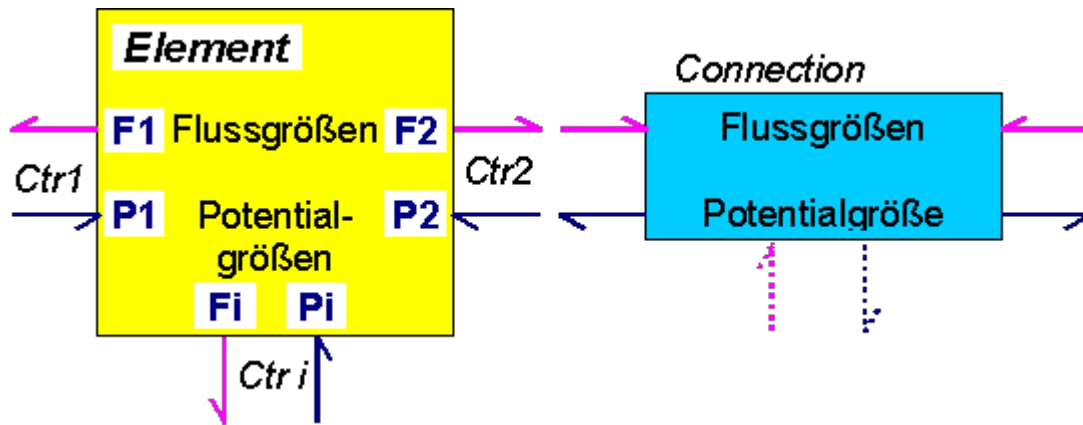


3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.2. Definition der Schnittstellen

----> *Wechselwirkung von Teilsystemen (SimulationX)*

- Die Datenfluss-Richtung kann als kausale Wirkungsrichtung interpretiert werden.
- In SimulationX gelten z.B. folgende Konventionen für die Modell-Komponenten (Elemente & Verbindungen):



- Die Wechselwirkung zwischen den Teilsystemen (Elementen) wird über die Verbindungen (Connection) vermittelt.
- Für jede physikalische Domäne wird ein Connection-Typ definiert (z.B. elektrischer Anschluss).
- Für jeden Connection-Typ wird eine physikalische Größe als Flussgröße F (z.B. $i=el.$ Strom) definiert.
- In der Connection gilt immer $\sum F_i = 0$, wobei die Werte der F_i von den verbundenen Elementen in die Connection eingespeist werden.
- Für jeden Connection-Typ wird eine Potentialgröße P definiert, deren Wert jedem verbundenen Element zur Verfügung steht.



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.2. Definition der Schnittstellen

----> Konventionen in der Netzwerktheorie

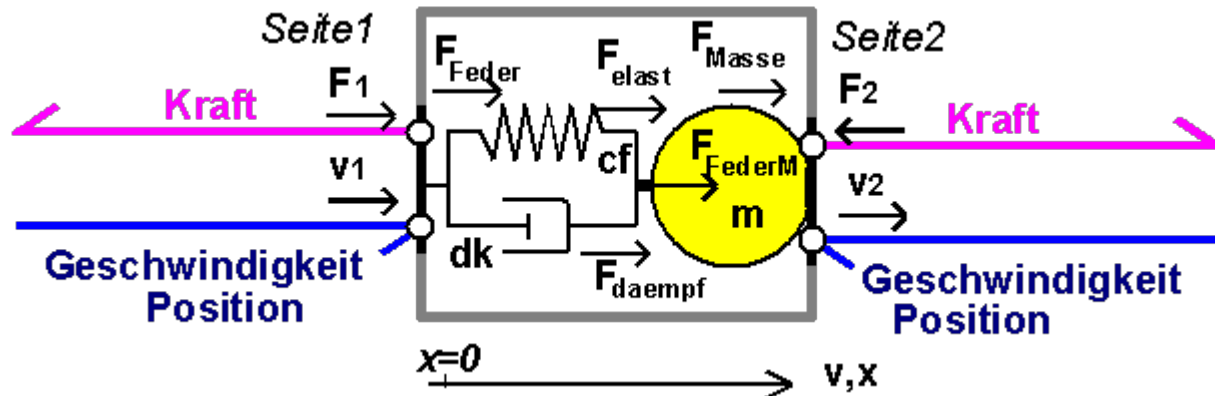
Elektrische Domäne	Mechanische Domäne



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.2. Definition der Schnittstellen

----> Schnittstellen an Teilsystemen (SimulationX)



- Da auf Basis der Teilsysteme ein Baustein-System für Modelle angestrebt wird, müssen bei der Festlegung der positiven Richtungen an den Schnittstellen bestimmte Konventionen eingehalten werden.
- Im Sinne einer einfachen Übertragung von Modellen zwischen unterschiedlichen Simulationssystemen sollten dabei die Vereinbarungen der Netzwerk-Theorie genutzt werden.
- Die Festlegung der positiven Richtungen im Innern der Teilsysteme ist für die Koppelfähigkeit ohne Bedeutung. Bei Bewegungsgrößen der Mechanik sollte man z.B. im Sinne der Einheitlichkeit für die Richtung die gleichen Konventionen nutzen, wie an den Schnittstellen.



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.2. Definition der Schnittstellen

----> *Physikalische Wirkungsrichtungen (SimulationX)*

physikalische Größe:	positive Richtung / Bezugspunkt
<i>Kraft:</i>	in das Element hinein!
<i>Geschwindigkeit:</i>	"zeigt" in positive Wegrichtung; v-Tensor pos.=Elementverkürzung;
<i>Wegkoordinate:</i>	Wert auf zugehöriger Achse X,Y,Z des globalen Raumkoordinatensystems (bezogen auf Koordinaten-Ursprung)
<i>Elektrischer Strom:</i>	in das Element hinein!
<i>Elektrische Spannung:</i>	vom Potentialpunkt gegen Nullpotential
:	
allgemein gilt für "nichtmechanische" Größen	
<i>Flussgröße:</i>	in das Element hinein!
<i>Potentialgröße:</i>	gegen Bezugspotential



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.3. Reduktion auf konzentrierte Elemente

----> *Idealisierte Elemente mit konzentrierten Parametern*

- Theorien der Domänen behandeln nicht direkt die materiellen Objekte, sondern nutzen immer spezielle Idealisierungen, z.B.:
 - das *Finite Element* (Feldprobleme mit *partiellen DGL*);
 - das *Konzentrierte Element* (Netzwerke);
 - zeitkontinuierliche Elemente (z.B. analoge elektr. Bauelemente)
 - zeitdiskrete Elemente (getaktete Systeme)
- Die Konzentrierten Elemente haben eine besondere Bedeutung in den frühen Phasen des Konstruktionsprozesses, da sie auf Grund ihrer starken Abstraktion noch keine konkrete Geometrie benötigen ("funktionelle" Elemente).
- Die Konzentrierten Elemente müssen die gleiche Funktion erfüllen wie die Raumkontinua, aus denen sie abgeleitet wurden:

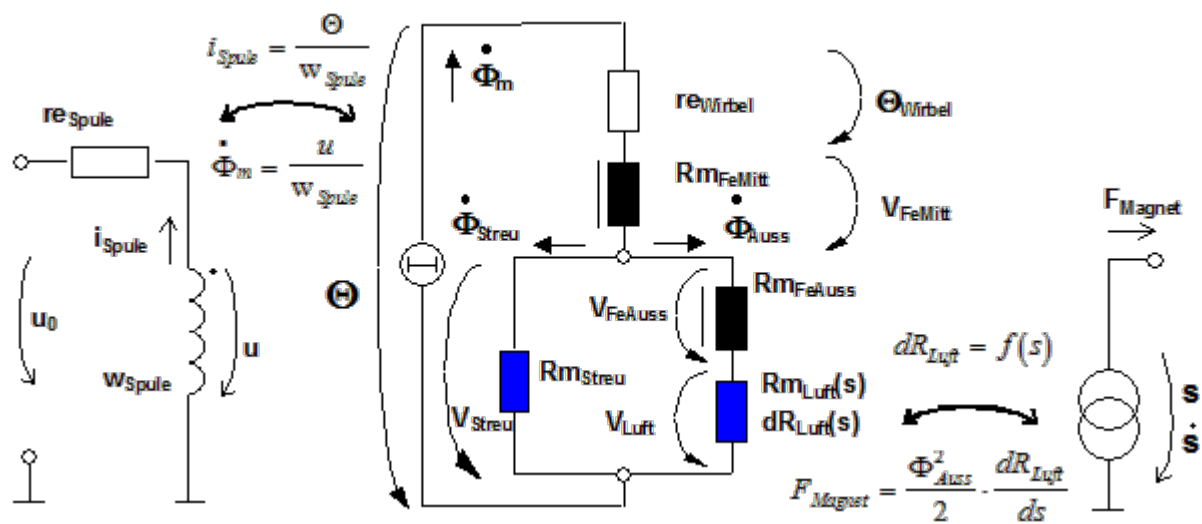
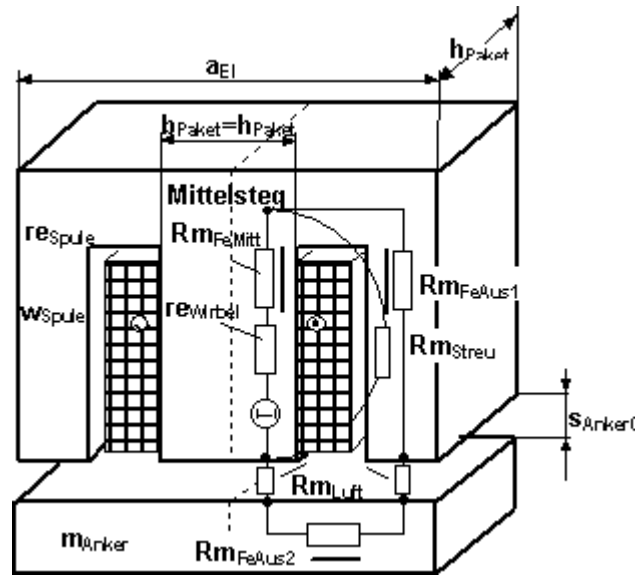
<i>Raumkontinuum</i>	<i>konzentriertes Element</i>
starrer Körper	<i>translatorisch:</i> Punktmasse im Schwerpunkt <i>rotatorisch:</i> Trägheit um Drehachse
elastischer Körper	Elastizität bzw. Nachgiebigkeit (Feder)
dämpfendes Medium	Dämpfung (Dämpfer)
gleitende Flächen	Reibung
elektrisches Feld	1.) elektrische Kapazität 2.) ohmscher Widerstand
magnetisches Feld	magnetischer Leitwert (Widerstand)
:	:



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.3. Reduktion auf konzentrierte Elemente

----> *Beispiel - Elektromagnet*





3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.3. Reduktion auf konzentrierte Elemente

----> Zustandsgrößen

- **Zustandsgröße (Dynamik):**
 - Repräsentiert mit ihrem aktuellem Wert die Menge von Energie, Stoff oder Information, welche sich im zugeordneten speichernden Element befindet.
 - Der Wert einer Zustandsgröße ("Füllstand des Speichers") ist Resultat der vorangegangenen zeitlichen Entwicklung des Modells.
 - Zum Startzeitpunkt (der zeitlichen Entwicklung) hat jede Zustandsgröße einen definierten Anfangswert.
 - In zeitkontinuierlichen dynamischen Systemen immer Integralgröße (wenn nicht Repräsentant eines zeitdiskreten Speicherelements):

Gespeicherte Energie	(gebräuchliche) Zustandsgröße
<i>Potentielle mechanische Energie</i>	<i>Position</i> einer Masse im Kraftfeld
<i>Kinetische mechanische Energie</i>	<i>Geschwindigkeit</i> einer Masse
<i>Elektr. Energie im Kondensator</i>	<i>Elektr. Spannung</i> am Kondensator
<i>Magnet-Energie in einer Spule</i>	<i>Elektr. Strom</i> durch die Spule
<i>Energie des magnetischen Feldes</i>	<i>magnetischer Fluss</i> im Raum
<i>Wärmeenergie in Körper</i>	<i>Temperaturdiff.</i> zur Umgebung
<i>Pot. Energie kompressibler Medien</i>	<i>Druck</i> im Behälter

- **Zustandsgrößen (Numerik):**
 - Unabhängige Variablen des zu lösenden Gleichungssystems - werden vom Solver berechnet.
 - Alle anderen Variablen des Modells können aus den Zustandsgrößen über mathematische Abhängigkeiten berechnet werden.
 - Die Zustandsgrößen im Sinne der Dynamik sind im Normalfall gleichzeitig unabhängige Variable im Sinne der Numerik. - Das gilt jedoch nicht umgekehrt!



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.4. Zusammenstellung wesentlicher Effekte

----> *Beispiel "Elektrischer Widerstand"*

- **Effekt:**
Gesetz (Grundzusammenhang) zur Beschreibung eines physikalischen, chemischen, biologischen, finanziellen, technischen o.ä. Geschehens
- Jedes idealisierte Element wird durch mindestens einen Effekt beschrieben (z.B. elektrischer Widerstand):
 - » ohmsches Gesetz $R=u/i$
 - » Dimensionierungsgleichung $R=r \cdot l/A$
 - » Temperaturabhängigkeit $R(T)=R_{20} \cdot (1+\alpha_{th} \cdot \Delta T)$
 - » elektrische Verlustleistung $P_{el} = u \cdot i$
 - » Rausch-Effekte ...
 - » ...
- Welche Effekte für die idealisierten Elemente des Teilmodells benötigt werden, ist abhängig vom Einsatzzweck des Modells!



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.4. Zusammenstellung wesentlicher Effekte

----> *Beispiel "Elektrische Kapazität"*

Kondensatorladung (C=konst.) $v_C = \int_{t_{Start}}^t \frac{i_C}{C} dt + v_{0_C}$

Kondensatorladung (allgemein) $v_C = \int_{t_{Start}}^t \frac{i_C - v_C \cdot \frac{dC}{dt}}{C} dt + v_{0_C}$

Dimensionierungsgleichung $C = \varepsilon \cdot \frac{A}{x}$

Temperaturabhängigkeit $\varepsilon = f(T)$

gespeichert Energie (C=konst.) $W = \frac{C \cdot v_C^2}{2}$

Rausch-Effekte

:



3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.5. Modell-Notation

----> *Ein formaler Prozess*

- Modell-Notation ist "nur" ein formaler Prozess der Überführung des Wissens über die Teilsysteme und ihrer Wechselwirkung in das konkrete Simulationssystem.
- Die kreativen Leistungen wurden in den bereits absolvierten Etappen der Teilsystem-Modellierung vollbracht:
 1. **Abgrenzung** des Teilsystems;
 2. **Schnittstellen** definieren (energetische Kopplungen mit kausalen und physikalischen Wirkungsrichtungen);
 3. **Reduktion auf idealisierte Elemente** mit Wirkungsrichtungen der physikalischen Größen;
 4. **Wesentliche Effekte** zusammenstellen.
- Zwei grundsätzliche Formen der Modellnotation:
 1. schaltungsorientiert (grafische Elemente);
 2. modifizierte Programmiersprache;

=> In modernen Simulationssystemen gemischt!

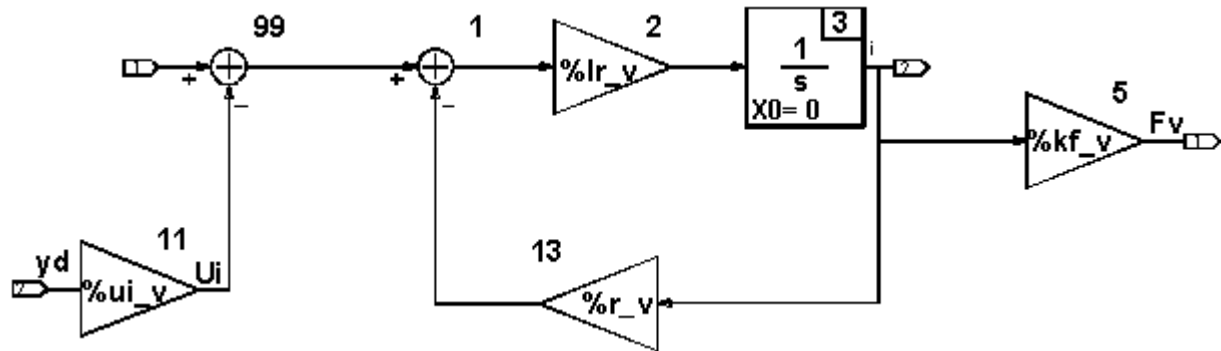


3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.5. Modell-Notation

----> "Analogrechner"-Schaltung

- "Lowlevel"-Rechenschaltung aus Summatoren, Multiplikatoren, Integratoren usw.
(Beispiel mit einer älteren Version von [MATRIXx](#)):



- Enthält die Formel-Zusammenhänge:

$$Fv = i \cdot kf_v$$

$$Ui = yd \cdot ui_v$$

$$i = \int_{t=t_0}^t (lr_v \cdot (Input1 - Ui - r_v \cdot i)) \cdot dt$$

- Verbindungen sind reine Signalflüsse (nicht wechselwirkend);
- Wechselwirkung wird über Rückkopplungsschleifen realisiert;

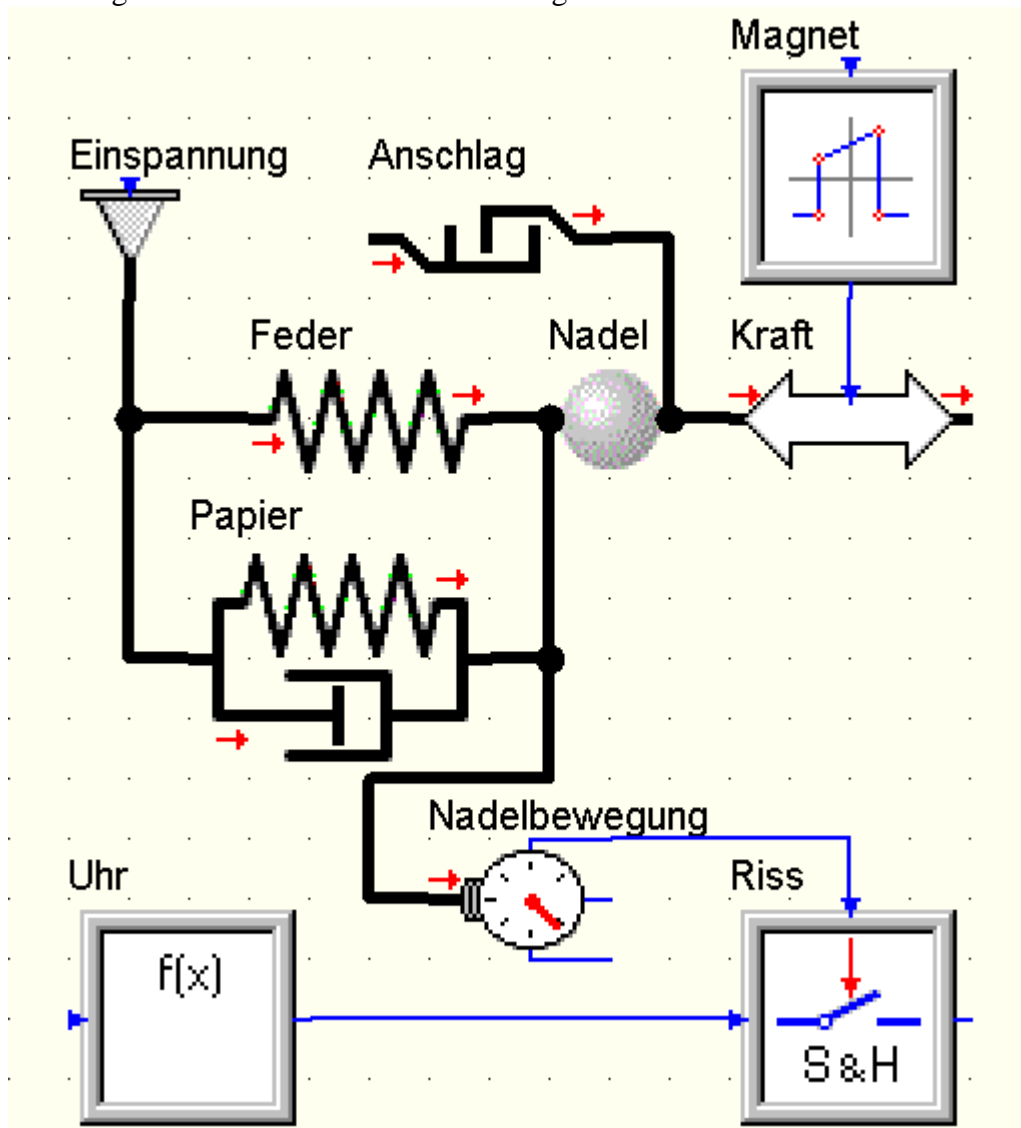


3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.5. Modell-Notation

----> *Netzwerk-Analogie*

- bewegt sich auf dem Niveau der idealisierten konzentrierten Elemente (Elastizität, Dämpfung, Punktmasse, Signalglieder usw.);
- überwiegend wechselwirkende Verbindungen:



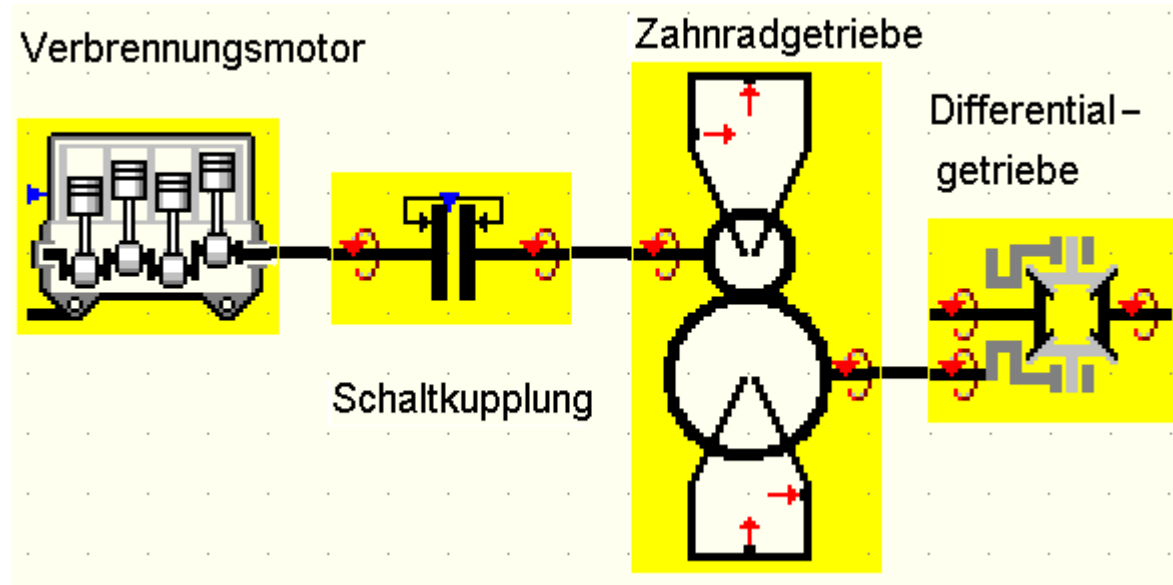


3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.5. Modell-Notation

----> Teilmodell-Blockschaltung

- Modelle der Teilsysteme (=Teilmodelle) enthalten komplexe Modellstrukturen meist auf Basis konzentrierter Elemente;
- überwiegend Wechselwirkende Verbindungen zwischen den Modellen der Teilsysteme:





3.2. Numerische Simulation: Methodik der Modellentwicklung

3.2.5. Modell-Notation

----> Programmiersprache (Algorithmus & Equation)

- Berechnungsanweisungen in alfanumerischen Programmiersprachen weisen eine gewisse Ähnlichkeit mit der mathematischen Notation der Effekte auf (ideal wäre sicher die Eingabe mit Formel-Editor).
- Alle Simulationssysteme besitzen Möglichkeiten (mehr oder weniger komfortabel) mittels einer modifizierten Programmiersprache die Effekte in den Modelle zu implementieren (z.B. Typ-Designer von SimulationX):

```
Vm:=pin1.Vm-pin2.Vm;
Vmdot:=pin1.Vmdot-pin2.Vmdot;
dRm:=ln(da/di)/(2*my0*dmyrel*pi*h);
pin1.Phidot:=(pin1.Vmdot-pin2.Vmdot)/dRm;
pin2.Phidot:=-pin1.Phidot;
Phidot:=pin1.Phidot;

der(Phi)=pin1.Phidot;
Bm=Phi/(di*pi*h);
B=sqrt(Bm^2);
Sum=1+c2*B^e2+c3*B^e3+c4*B^e4+c5*B^e5;
u=B*Sum;
us=1+(e2+1)*c2*B^e2+(e3+1)*c3*B^e3+(e4+1)
v=(myB0-1)*(1+c1*B^e1)+Sum;
vs=if noEvent(B<>0) then (myB0-1)*e1*c1*B^
dmyrel=if noEvent(B<>0) then 1/(us/v-u*vs/
```

- Moderne Simulationssysteme unterscheiden zwischen Algorithmen und Gleichungen:
 - Der Gleichungsabschnitt kann die zu berücksichtigenden Effekte in ungeordneter Reihenfolge enthalten. Der Solver sucht eine Lösung, die allen Gleichungen (Effekten) genügt.
 - Im Algorithmenabschnitt muss der Modellierer selbst die "Programm"-Anweisungen in der richtigen Reihenfolge anordnen. Verzweigungen und Schleifen sind möglich.