

4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

- Ideale und reale Lösungen
- Was ist numerische "Optimierung"?
- "Wünsche" als Gütekriterien
- "Forderungen" (Restriktionen) als Straffunktion
- Unzulässige Lösungen als Restriktionsverletzungen
- Entwurfsgrößen → Entwurfparameter
- Suchraum-Reduktion
- Lösungssuche mit Optimierungsverfahren
- Hierarchische Optimierung
 1. Suche zulässiger Lösungen (Straf-Funktion)
 2. Bestmögliche Wunscherfüllung (Güte-Funktion)



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> *Ideale und reale Lösungen*

- Der Konstrukteur sucht für eine gegebene Aufgabenstellung die "ideale Lösung".
- Die ideale Lösung soll alle Forderungen und Wünsche der Aufgabenstellung perfekt erfüllen.
- Im allgemeinen ist die technische Realisierung der anzustrebenden Lösung zu Beginn des Konstruktionsprozesses unbekannt:

Aufgabenstellung überführen in eine (unbekannte) Ideal-Lösung

- Man muss sich mit einer *Kompromiss-Lösung* zufrieden geben:
 - Man verfügt nur über begrenzte Ressourcen an Zeit und Geld.
 - Im Normalfall existieren immer sich widersprechende Anforderungen.
- Konstrukteure gehen bei der Problemlösung "heuristisch" vor:
 - Sie nutzen **Heurismen**, das sind Prozeduren, die im Gegensatz zu **Algorithmen** keine Lösung garantieren.
 - **Heuristik:** (*Erfindungskunst*, von griechisch *heuriskein*= finden) erkenntnistheoretisches und methodisches Verfahren mit dem Zweck, durch Entwicklung von (meist unbewiesenen) Methoden und Prinzipien neue Erkenntnisse zu gewinnen.



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> *Was ist numerische "Optimierung"*

- Optimierung ist Extremwertsuche mit Randbedingungen auf einer **Zielfunktion f** :

$$\text{Gütwert} = f(\text{Optimierungsvariablen})$$

- Meist wird bei der Optimierung eine Minimum-Suche betrieben. Das hat historische Gründe. Als die Computer noch mit Genauigkeiten von ca. 5-6 Dezimalstellen rechneten, war dies notwendig, um kleine Absolutwert-Änderungen des Gütwertes erfassen zu können.
- Den Gütwert kann man sich als **Distanz zur "unbekannten!" Ideallösung** vorstellen. Die Zielfunktion sollte so formuliert werden, dass der Gütwert um so kleiner wird, je näher man dieser Ideallösung kommt:

$$\text{Zielfunktion } f = \text{numerisches Modell des Objekts} + \text{Bewertungsfunktion}$$

- Die Bewertungsfunktion quantifiziert das qualitative Modellverhalten und berechnet den Gütwert (bzw. mehrere Teilgüten).



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> "*Wünsche*" als Gütekriterien

- Ein Entwurfsproblem sollte formuliert werden als

$$\textit{Aufgabenstellung} = \textit{Wünsche} + \textit{Forderungen}$$

Wünsche: Qualitative Anforderungen
im Sinne "möglichst" (schnell, billig, leise usw.)

Forderungen: Quantitative Anforderungen,
die unbedingt zu erfüllen sind (Verlustleistung < 1W, Geschwindigkeit > 1m/s, Temperatur
zwischen 20°C und 100°C usw.)

- Die "Wünsche" und "Forderungen" der Aufgabenstellung müssen durch entsprechende Modellgrößen (Parameter / Variablen) repräsentiert werden, damit ein Optimierungstool darauf Bezug nehmen kann.
- Der Erfüllungsgrad eines Wunsches sollte als Distanz zur "idealen" Wunscherfüllung im Modell abgebildet werden (als ein Gütekriterium).



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> "Forderungen" (Restriktionen) als Straffunktion

- Die Verfahren der numerischen Optimierung gestatten die Berücksichtigung von Randbedingungen (Restriktionen), indem bei Restriktionsverletzungen eine Straffunktion mit einem Wert >0 gebildet wird:

$$\text{Zielfunktion} = \text{Gütefunktion} / \text{Straffunktion}$$

- Der Wert der Straffunktion widerspiegelt den aktuellen Grad der Restriktionsverletzung.
- Die Restriktionen resultieren aus den Forderungen der Aufgabenstellung, den Eigenschaften von Werkstoffen und den Naturgesetzen. Dabei unterscheidet man:
 1. funktionsbezogene Restriktionen - Die angestrebte Funktion wird nicht erfüllt (z.B. Prägen des Papiers, zu lange Zykluszeit).
 2. innere Restriktionen - Es werden Grenzwerte von Komponenten des modellierten Systems überschritten (Belastung der Materialien, von Komponenten).
 3. äußere Restriktionen - Es werden Grenzwerte für die Umgebung des modellierten Systems überschritten (Maße, Masse, Belastung von Umgebungskomponenten mit Strom, Temperatur).
 4. naturgesetzliche Restriktionen - Es gibt keine physikalische Entsprechung für ermittelte Kennwerte (negative Massen, Durchdringung starrer Körpern, negative Drahtlänge mit negativem ohmschen Widerstand, negative Windungszahlen).



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> Unzulässige Lösungen als Restriktionsverletzungen

- **Unzulässige Lösungen:**
 - erfüllen nicht alle Forderungen der Aufgabenstellungen oder
 - liegen außerhalb des Suchraumes

- **Restriktionsverletzungen:**
 - Restriktionsgrößen liegen außerhalb des zulässigen Wertebereiches oder
 - Entwurfparameter liegen außerhalb ihrer zulässigen Grenzen.

- **Forderungen der Aufgabenstellung:**
 - Werden sie nicht durch Modellgrößen (Parameter, Ergebnisse) im Objektmodell repräsentiert, müssen entsprechende Bewertungsgrößen (Ergebnisse) als Teil der Bewertungsfunktion definiert und berechnet werden (z.B. Prägung, Zykluszeit, Maximum des Spulenstroms usw.).
 - Werden im Optimierungstool als Restriktionsgrößen behandelt. Die zulässigen Wertebereiche der zugehörigen Modellgrößen sind zu definieren.
 - Während der Extremwertsuche erfolgt durch den Optimierungsoperator eine Überwachung, ob alle Restriktionsgrößen ihren zulässigen Wertebereich einhalten. Restriktionsverletzungen erscheinen als "verbotene" Bereiche mit einem Straffunktionswert >0 auf der Oberfläche der Gütefunktion.



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> *Entwurfsgrößen* → *Entwurfparameter*

- **Entwurfsgrößen** sind geometrisch-stoffliche Kenngrößen des zu konstruierenden Objekts, die man in der jeweiligen Entwurfsetappe ermitteln (bzw. präzisieren) möchte. Meist treten Sie als Parameter im Modell auf.
- **Entwurfparameter** als Teilmenge der Entwurfsgrößen sind diejenigen Modellparameter, welche während des Optimierungsexperiments vom gewählten Optimierungsverfahren automatisch variiert werden, um eine optimale Lösung zu finden. Man nennt sie auch Optimierungsvariable:
 - Die Entwurfparameter definieren die Größe des Suchraum bei der Suche nach der optimalen Lösung.
 - Für die ausgewählten Entwurfparameter ist jeweils ein zulässiger Variationsbereich zu definieren. Ein Verlassen des zulässigen Bereiches wird wie eine Restriktionsverletzung gewertet.
 - Vor Durchführung eines Optimierungsexperiments sind (meist) umfangreiche Vorüberlegungen zur Wahl der Entwurfparameter und ihrer zulässigen Variationsbereiche erforderlich.



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> *Suchraum-Reduktion*

- Um den Suchraum möglichst klein zu halten, sollte man möglichst wenige Entwurfsparameter mit möglichst kleinem Variationsbereichen verwenden:
 1. Welche Stoff-/Geometrieparameter können vorläufig als Festwerte betrachtet werden (z.B. Vorgaben aus der Aufgabenstellung).
 2. Analyse, welche Parameter man nicht unabhängig voneinander verändern darf. Diese sollten über ihre Abhängigkeiten miteinander verknüpft werden (z.B. geometrische Passfähigkeiten).
 3. Durchführung von Einflussanalysen, um ein Gefühl dafür zu entwickeln, welche Wirkung die Veränderung der freien Parameter und Anfangswerte auf das Modellverhalten hat. Dabei gewinnt man auch Erkenntnisse zu sinnvollen Variationsbereichen für die einzelnen Parameter.
 4. Für die noch zu ermittelnden Entwurfsgrößen sollte man eine Rangfolge anhand ihres Einflusses auf das gewünschte Verhalten definieren.
- Nach einer Groboptimierung der einflussreichsten Entwurfsgrößen können in einer anschließenden Feinoptimierung auch die weniger einflussreichen Entwurfsgrößen mit einbezogen werden.



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> *Lösungssuche mit Optimierungsverfahren*

- Nach Transformation eines Entwurfsproblems in eine Optimierungsaufgabe kann man numerische Verfahren zur (teil-)automatisierten Lösungssuche nutzen.
- Es existiert eine ungeheure Vielfalt von Verfahren zur numerischen Optimierung.
- Davon kommen für Probleme der Optimierung nichtlinearer Systeme praktisch nur Verfahren in Frage, welche die Zielfunktion (Modell+Bewertung) als Black-Box behandeln können.
- Die unterschiedlichen Optimierungsverfahren nutzen dabei unterschiedliche Strategien, um durch methodische Variation der Entwurfparameter das (globale) Optimum zu finden.
- Es erfolgen Abtastschritte auf der Gütefunktion (jeweils 1 Simulationslauf mit einem bestimmten Satz der Entwurfparameter). Damit gewinnt das jeweilige Optimierungsverfahren Informationen über die Eigenschaften der Oberfläche der Zielfunktion.



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> *Hierarchische Optimierung*

OptiY nutzt die vom Nutzer formulierten Gütekriterien und Restriktionen als Bestandteil einer "hierarchischen" Zielfunktion:

- Um zwei Lösungen miteinander vergleichen zu können, muss für jede dieser Lösungen ein Zielfunktionswert nach der gleichen Zielfunktion gebildet werden. Der Zielfunktionswert entspricht der "Güte" oder "Fitness" einer Lösung.
- OptiY benutzt dafür drei verschiedene Zielfunktionen
 1. Straf-Funktion für die Begrenzung des Suchraums (interne Größe)
 2. Straf-Funktion für Restriktionsverletzungen (zusätzliches Gütekriterium)
 3. Güte-Kriterien für zulässige Lösungen (vom Nutzer definiert)
- Die 1. Zielfunktion hat eine höhere Priorität als die 2. Zielfunktion. Diese hat eine höhere Priorität als die 3. Zielfunktion.
- Für den Vergleich zweier Lösungen wird die Zielfunktion mit der höchsten Priorität benutzt:
 1. Liegt mindestens eine Lösung außerhalb des durch die Grenzen der Optimierungsvariablen aufgespannten Suchraums, so wird die 1. Zielfunktion benutzt.
 2. Gibt es bei mindestens einer Lösung noch Restriktionsverletzungen, so wird die 2. Zielfunktion benutzt.
 3. Nur wenn beide Lösungen im zulässigen Bereich liegen, werden die Gütekriterien für die Bewertung benutzt.



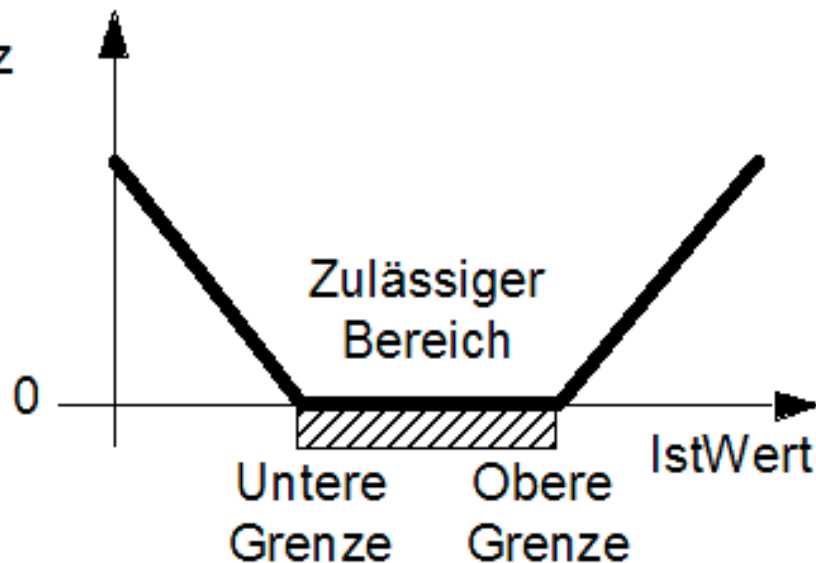
4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> *Hierarchische Optimierung: 1. Suche zulässiger Lösungen (Straf-Funktion)*

- Restriktionsverletzungen werden mit "Strafpunkten" bestraft.
- Dazu wird für jede Restriktionsgröße die Distanz zum zulässigen Wertebereich berechnet:
 - $Distanz=0$: wenn $UG \leq IstWert \leq OG$
 - $Distanz = abs(IstWert - OG)$: wenn $IstWert > OG$
 - $Distanz = abs(IstWert - UG)$: wenn $IstWert < UG$
- Es erfolgt eine Normierung der Distanz auf die Bereichsbreite:

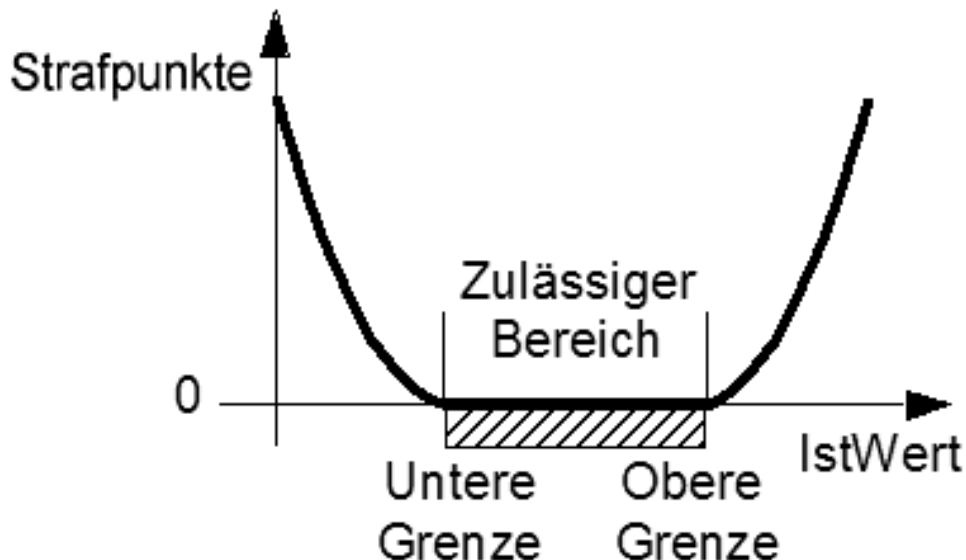
Normierte Distanz



$$NormDistanz = Distanz / Bereich \text{ mit } Bereich = abs(OG - UG)$$

- Die normierte Distanz repräsentiert die Stärke der zugehörigen Restriktionsverletzung und kann als Maß für die "Bestrafung" des Modellverhaltens dienen.
 - **Strafpunkte = Wichtigung * NormDistanz²**

Ein quadratischer Ansatz für die Berechnung der Strafpunkte aus der normierten Distanz wichtet den Grad der Restriktionsverletzung:



- Der Wert der Straf-Funktion ergibt sich als Summe aller Strafpunkte.



4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.1. Transformation von Entwurfsproblemen in Optimierungsaufgaben

----> *Hierarchische Optimierung: 2. Bestmögliche Wunscherfüllung (Güte-Kriterien)*

- In OptiY wird nach jedem Simulationslauf der Wert der Straf-Funktion berechnet:
 - Eine zulässige Lösung im Sinne der Forderungen (Restriktionen) liegt vor, wenn der Wert der Straf-Funktion =0 ist.
 - Die Suche eines zulässigen Lösungsbereiches besitzt bei der hierarchischen Optimierung höchste Priorität.
- Erst im Bereich der zulässigen Lösungen werden für die Optimum-Suche die Gütekriterien (Wünsche) berücksichtigt:
 - Damit existieren für das Optimierungsverfahren innerhalb des Suchraumes zwei Zielfunktionen (Straf-Funktion und Gütefunktion).
 - Die Umschaltung erfolgt beim Übergang zwischen Bereichen unzulässigen und unzulässigen Lösungen.
- Probleme durch Umschaltung der Zielfunktionen:
 - Eine bessere Erfüllung von Wünschen führt bei technischen Problemstellungen meist wieder zu Restriktionsverletzungen.
 - Damit schaltet der Optimierungsprozess an der Grenze ständig zwischen den zwei Zielfunktionen hin und her (Konflikt zwischen Wunsch- und Pflichterfüllung).
 - Die Konvergenz zur optimalen Lösung wird in diesem Fall für nichtevolutionäre Verfahren "zuverlässig" verhindert.