

4. Numerische Optimierung im Konstruktionsprozess

4.2. Optimierungsverfahren

1. Globale Suchverfahren

- Einsatzbereich
- Systematische Suche (Rastersuche)
- Restriktionsbehandlung der systematischen Suche
- Hinweise zur systematischen Suche
- Abtastung der Monte-Carlo-Suche

2. Lokale Suchverfahren

- Prinzip und Einsatzbereich
- Abtastung und Schrittweitenregelung (am Beispiel "Hooke-Jeeves-Verfahren")

3. Optimierung nach biologischem Vorbild

- Einführung
- Genetische Algorithmen und Evolutionsstrategie
- Grundlagen zur Evolutionsstrategie
 - Genotyp und Phänotyp
 - Das Evolutionsfenster
 - Evolution der Evolutionsstrategie
 - Anwendungsbereiche und Grenzen
- Konfiguration von Evolutionsstrategien
 - Notation (Basisalgorithmus)
 - Notation (Rekombination)
 - Optimale Eltern-Anzahl
 - Optimale Kinder-Anzahl
 - Überleben der Eltern
 - Rekombinationstypen
 - Mutationsschrittweite
- Co-Evolutionäre Strategien
 - Mehrkriterienoptimierung
 - Co-Existenz in Ökosystemen
 - Co-Evolutionäre Algorithmen



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.1. Globale Suchverfahren

----> *Einsatzbereich*

- Globale Suchverfahren sollen dem Anwender vor allem einen Überblick über einen zuvor definierten Suchraum verschaffen.
- Der Suchraum wird durch die Entwurfparameter aufgespannt. Innerhalb des Suchraums wird die Oberfläche der Zielfunktion in Form einzelner Abtastpunkte berechnet.
- Man sollte versuchen, daraus die Eigenschaften der Zielfunktion zu erkennen:
 - Vorhandensein lokaler Optima, Unstetigkeitsstellen,
 - mögliche Position des globalen Optimums,
 - sinnvolle Positionen von Startpunkten für lokale Suchverfahren.
- Ziel ist das Ermitteln geeigneter Startpunkte für lokale Suchverfahren.
- Leider ist der menschliche Blick auf mehrdimensionale Räume sehr eingeschränkt. So versagt bei mehr als 2 Entwurfparametern recht schnell unsere Vorstellung.
- Außerdem kann man immer nur endlich viele ausgewählte Punkte des Suchraums berechnen und muss die Zielfunktion dann hinein interpolieren. Sind die Abstände zwischen den Punkten zu groß, gehen die Details dazwischen natürlich verloren.

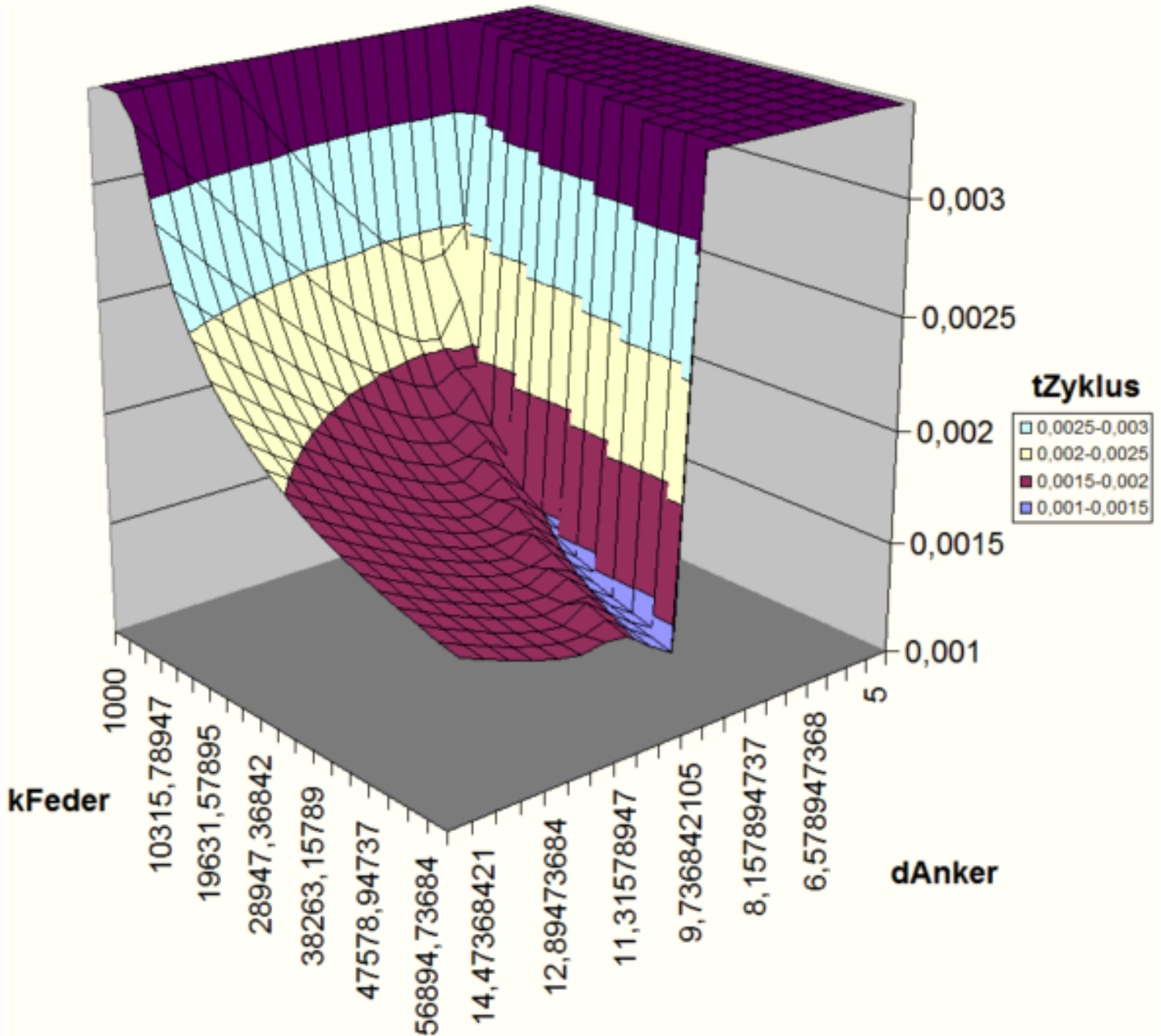


4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.1. Globale Suchverfahren

----> *Systematische Suche (Rastersuche)*

Die N Achsen der Entwurfparameter werden innerhalb des Suchraums in gleichmäßige Abstände geteilt. Die Schnittpunkte der Rasterlinien definieren die Abtastpunkte auf der Oberfläche der Zielfunktion:



Das Verfahren der Rastersuche wird meist als Analyse-Werkzeug genutzt, mit dem Abhängigkeiten von mehreren unabhängigen Größen untersucht werden können. Auf diese Weise kann man natürlich auch iterativ das mögliche Gebiet des globalen Optimums ermitteln.

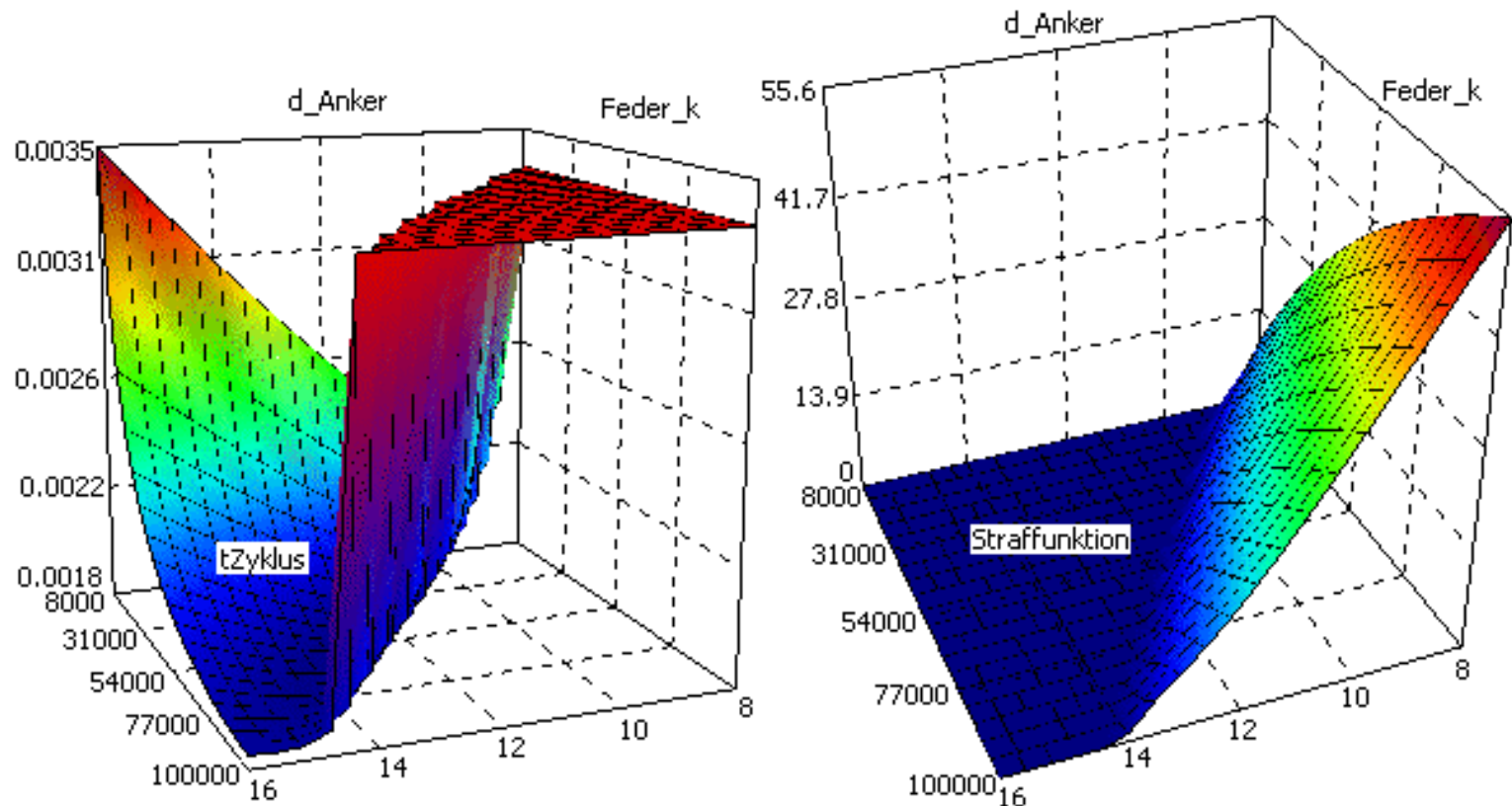


4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.1. Globale Suchverfahren

----> Restriktionsbehandlung der systematischen Suche

- Innerhalb des abgetasteten Suchraumes befinden sich nur dort zulässige Lösungen, wo der Wert der Straf-Funktion=0 ist:



- Damit existiert zusätzlich zu den Werten der Gütefunktion für jeden Abtastpunkt eine Information, ob die für das Modell definierten Restriktionen eingehalten werden (ja/nein bzw. Grad der Verletzungsgrad).



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.1. Globale Suchverfahren

----> *Hinweise zur systematischen Suche*

- **Funktionsberechnung:**
 - Die Rasterung ist sehr gut geeignet, um die Abhängigkeit einer Modellgröße von zwei Parametern des Modells als Fläche zu visualisieren.
- **Suchraumgröße:**
 - Bei dynamischen Modellen ist für mehr als 2-3 Entwurfparametern infolge exponentiell ansteigender Berechnungszeiten kaum noch eine sinnvolle Abtastung der Gütefunktion möglich.
 - Durch zu grobe Rasterung gehen die Details völlig verloren, so dass man keinen Eindruck zur Struktur der Oberfläche mehr erhält.
 - Bei mehr als 3 Optimierungsvariablen wird es zusätzlich immer komplizierter, anschauliche Projektionen der N-dimensionalen Oberfläche auf eine 2D-Ebene zu erzeugen.
- **Lage des Optimums:**
 - Ist die Oberfläche in großen Bereichen monoton und weist Optima in ausgeprägten breiten Tälern auf, kann man die Rastersuche sehr gut zur Festlegung des Suchraumes verwenden.
 - Unabhängig von der Anzahl der Optimierungsvariablen gilt dann, dass man wahrscheinlich ein Optimum umschlossen hat, wenn der beste Abtastwert kein Randpunkt ist.

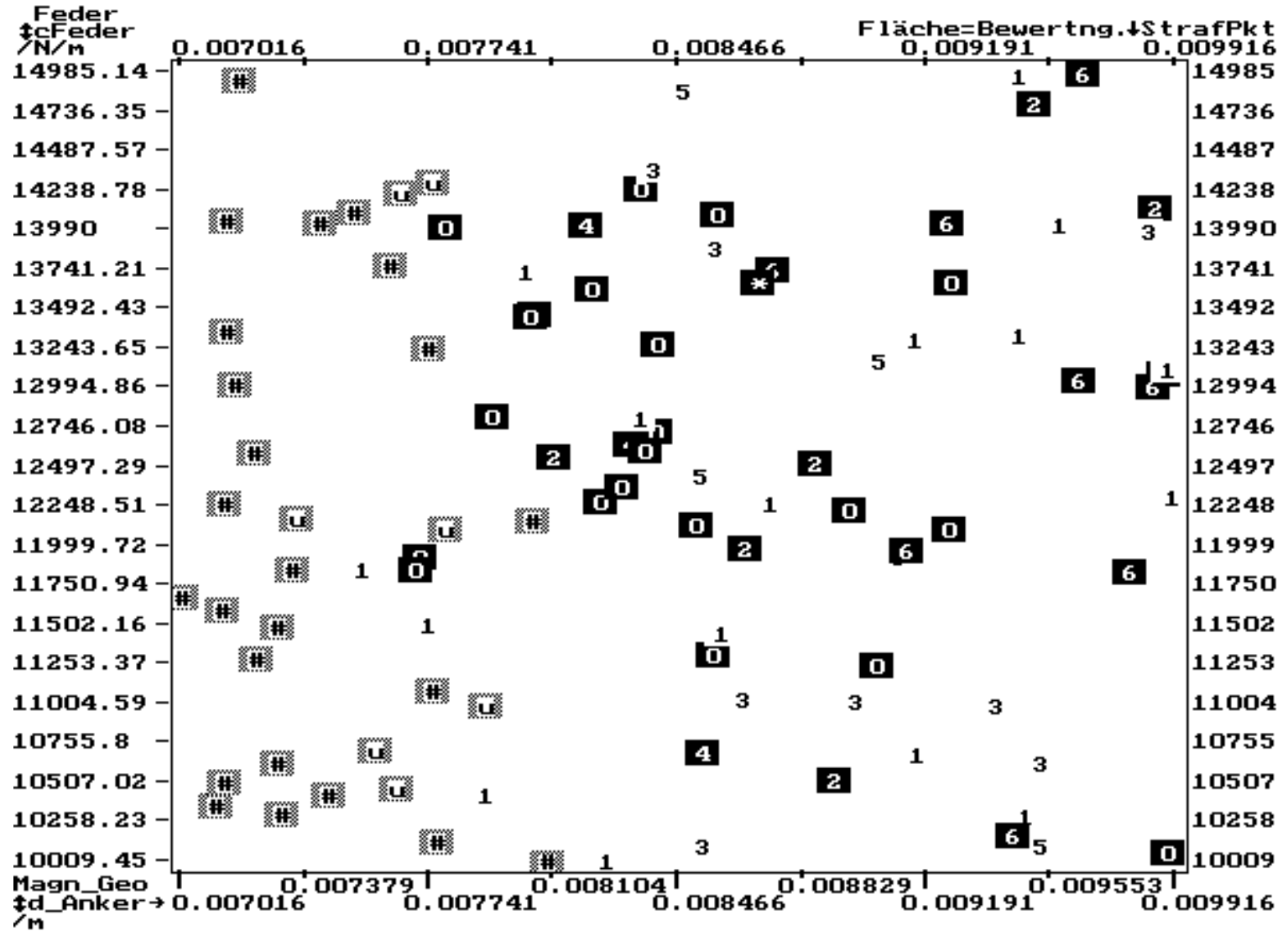


4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.1. Globale Suchverfahren

----> *Abtastung der Monte-Carlo-Suche (in OptiY nicht implementiert)*

Oft kann infolge langsamer Modelle oder einer Vielzahl von Optimierungsvariablen mittels Rastersuche kein Überblick über die Gütefunktion erlangt werden. Dann helfen zufällige, gleichverteilte Stichproben bei der Suche nach geeigneten Startpunkten für die lokale Suche:



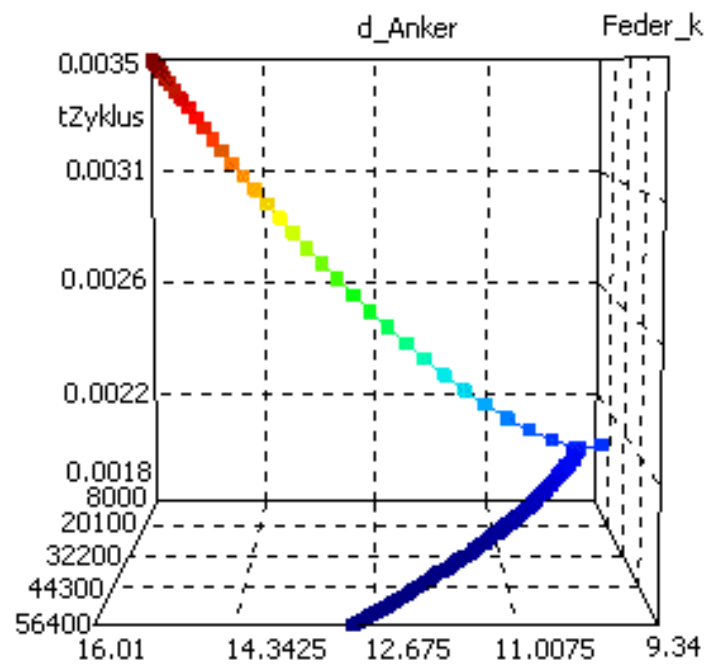
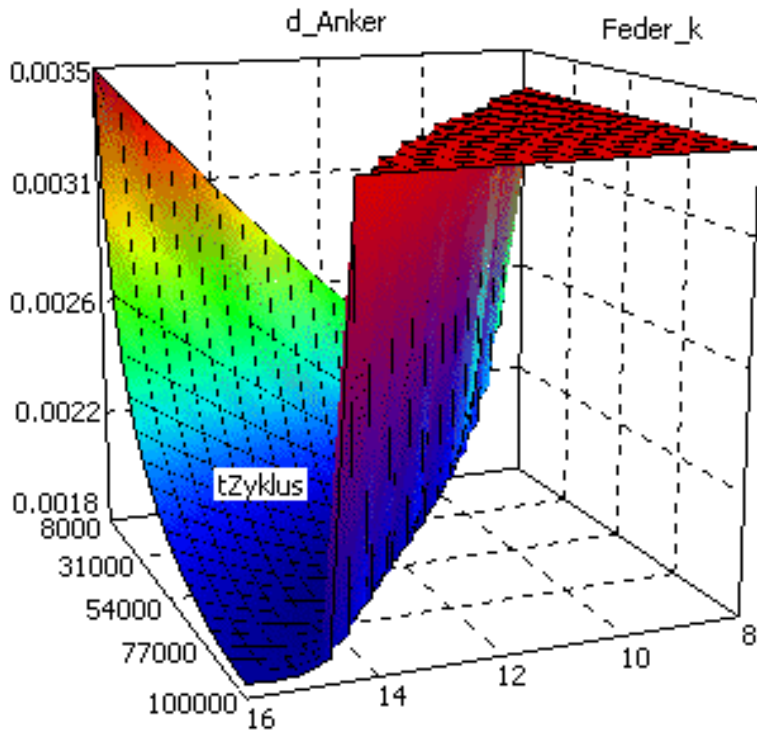


4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.2. Lokale Suchverfahren

----> *Prinzip und Einsatzbereich*

- Die Mehrzahl der verfügbaren Optimierungsverfahren sind Verfahren zur lokalen Suche.
- Lokale Suchverfahren sollen ausgehend von einem Startpunkt (Anfangslösung) möglichst das globale Optimum finden:



- Besonders effektiv sind Verfahren, welche ausgehend vom Startpunkt sich in Richtung des steilsten Abstiegs bewegen.
- Lokale Suchverfahren enden zwangsläufig, wenn sie auf dem Weg "nach Unten" eine Mulde erreicht haben.
- Ursache ist das "blinde" Abtasten einzelner Punkte der Oberfläche in der näheren Umgebung mit dem Ziel, beim nächsten Schritt etwas tiefer zu kommen.
- Deshalb sollte der Startpunkt im Bereich eines vermuteten globalen Optimums liegen.
- Klassische Gradientenverfahren bewegen sich nur abwärts. Modernere Verfahren erlauben mit gewissen Wahrscheinlichkeiten auch eine Verschlechterung der Lösung, um aus kleineren Mulden wieder herauszufinden.

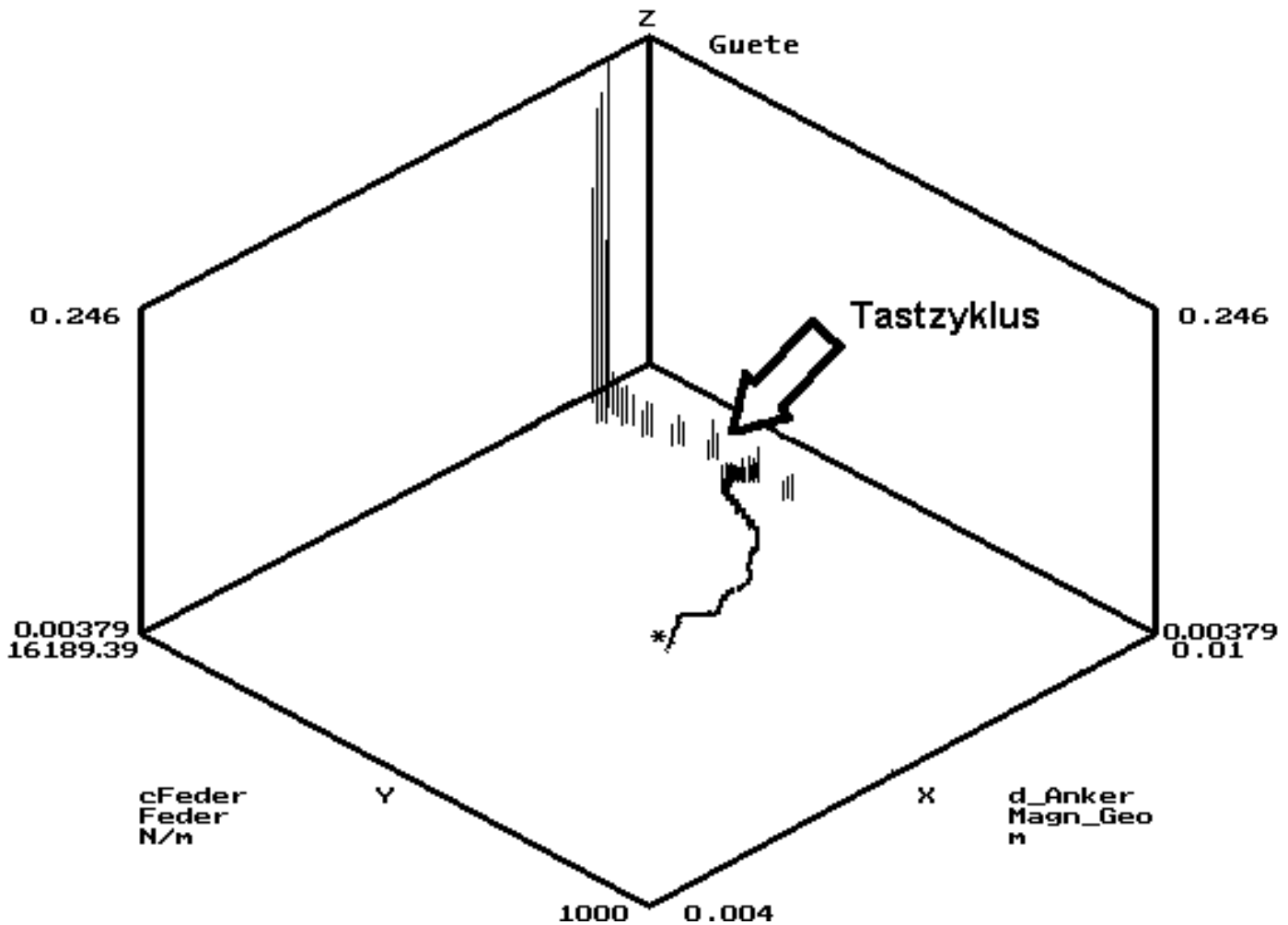


4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.2. Lokale Suchverfahren

----> *Abtastung und Schrittweitenregelung (am Beispiel "Hooke-Jeeves-Verfahren")*

- Die Steigung der Zielfunktion am aktuell erreichten Punkt wird über Tastschritte ermittelt. Die genutzte Tastschrittweite muss dabei der Oberfläche der Zielfunktion angepasst sein.
- In Richtung des steilsten Abstiegs wird jeweils ein größerer Schritt ausgeführt:



- Die Tastschritte werden gleichzeitig zur Verbesserung der Lösung genutzt. Beim Tastzyklus wird von einem Startvektor aus nacheinander in jede Koordinatenrichtung ein diskreter Suchzyklus durchgeführt. Führt dabei der Tastschritt in einer Richtung nicht zum Erfolg (Verbesserung des Gütwertes), so wird zusätzlich die entgegen gesetzte Richtung abgetastet.
- Nach einer Tastphase erfolgt die Extrapolation. In Richtung des ermittelten steilsten Abstieges wird ein größerer Schritt ausgeführt. Ein erneuter Extrapolationsschritt ist immer doppelt so groß wie der vorherige, solange dabei eine Verbesserung des Zielfunktionswertes erreicht wird. Schießt das Verfahren über den tiefsten Punkt hinaus oder in einen verbotenen Bereich, erfolgt eine schrittweise Verringerung der Extrapolationsschrittweite.
- Das Hooke-Jeeves-Verfahren regelt die anfängliche Tastschrittweite herunter, wenn längere Zeit keine Verbesserung des Zielfunktionswertes mehr erreicht werden konnte. Meist gelangt dann diese Schrittweite in Größenordnungen der stochastischen Rauigkeiten der Zielfunktion und das Optimierungsverfahren bleibt hängen, weil die partiellen Ableitungen total verfälscht werden (die reale Steigung wird nicht mehr erkannt).



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Einführung*

- **Grundprinzip**

- **Evolutionäre Algorithmen** erzeugen aus einer Elterngeneration (von Parametersätzen) durch die genetischen Prozeduren (Mutation, Rekombination) eine Kindergeneration. Eine Teilmenge der Kinder wird nach Fitness-Selektion (anhand des Verhaltens) zur neuen Elterngeneration.
- Die Parameter der genetischen Prozeduren sind selbst Bestandteil der Optimierung (Mutationsraten, Art der Rekombination).
- Voraussetzung der Anwendung evolutionärer Verfahren auf ein System (z.B. Zielfunktion) ist, dass dieses eine hinreichende Kausalität zwischen Ursachen (Parameteränderungen) und Wirkungen (Verhaltensänderungen) vermittelt.

- **Literatur**

- <http://www.bionik.tu-berlin.de>
- *Ingo Rechenberg: Evolutionsstrategie '94*,
Frommann-Holboog, Stuttgart 1994 / ISBN 3-7728-1642-8



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Genetische Algorithmen und Evolutionsstrategie*

<u>Evolutionäre Algorithmen</u> (Entwicklung in den 1960-er Jahren)	
<u>Genetische Algorithmen</u> (Holland und Goldberg)	<u>Evolutionsstrategien</u> (Schwefel und Rechenberg)
<p>Das Bit: ist die grundlegende Einheit für das Wirken der genetischen Prozeduren. <u>Hinweis:</u> Problematisch ist die Aufbereitung des Modells und seiner Parameter zur Erzielung einer hinreichend starken Kausalität zwischen Parameter- und Verhaltensänderung.</p>	<p>Die reelle Zahl: ist die grundlegende Einheit für das Wirken der genetischen Prozeduren. <u>Hinweis:</u> Geometrisch-stoffliche Parameter technischer Modelle können meist problemlos in Form reeller Zahlen repräsentiert werden. Das ist günstig für eine starken Kausalität zwischen Parameter- und Verhaltensänderung.</p>
<p>Mutation: (<i>Nachbildung der Ursache</i>) "Umklappen" von Bits in den Parametern des Modells entsprechend vorgegebener Wahrscheinlichkeiten.</p>	<p>Mutation: (<i>Nachbildung der Wirkung</i>) Zufallswahl aus einer Verteilungsfunktion um den aktuellen Wert der reell-wertigen Optimierungsvariablen.</p>
<p>Rekombination: nach den Schemen der Natur (dominant bzw. rezessiv)</p>	<p>Rekombination: gewichtete Mittelwertbildung aus beteiligten Optimierungsvariablen.</p>
<p>Anwendungsschwerpunkt: Strukturoptimierung (ein Bit verkörpert z.B. eine Relation zwischen zwei Komponenten)</p>	<p>Anwendungsschwerpunkt: Parameteroptimierung für vorgegebene Systemstrukturen.</p>



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Grundlagen zur Evolutionsstrategie (Genotyp und Phänotyp)*

Anstatt eines Lebewesens wird bei den evolutionären Algorithmen ein Modell des zu optimierenden Objektes genutzt. Wir betrachten im Folgenden nur numerische Modelle:

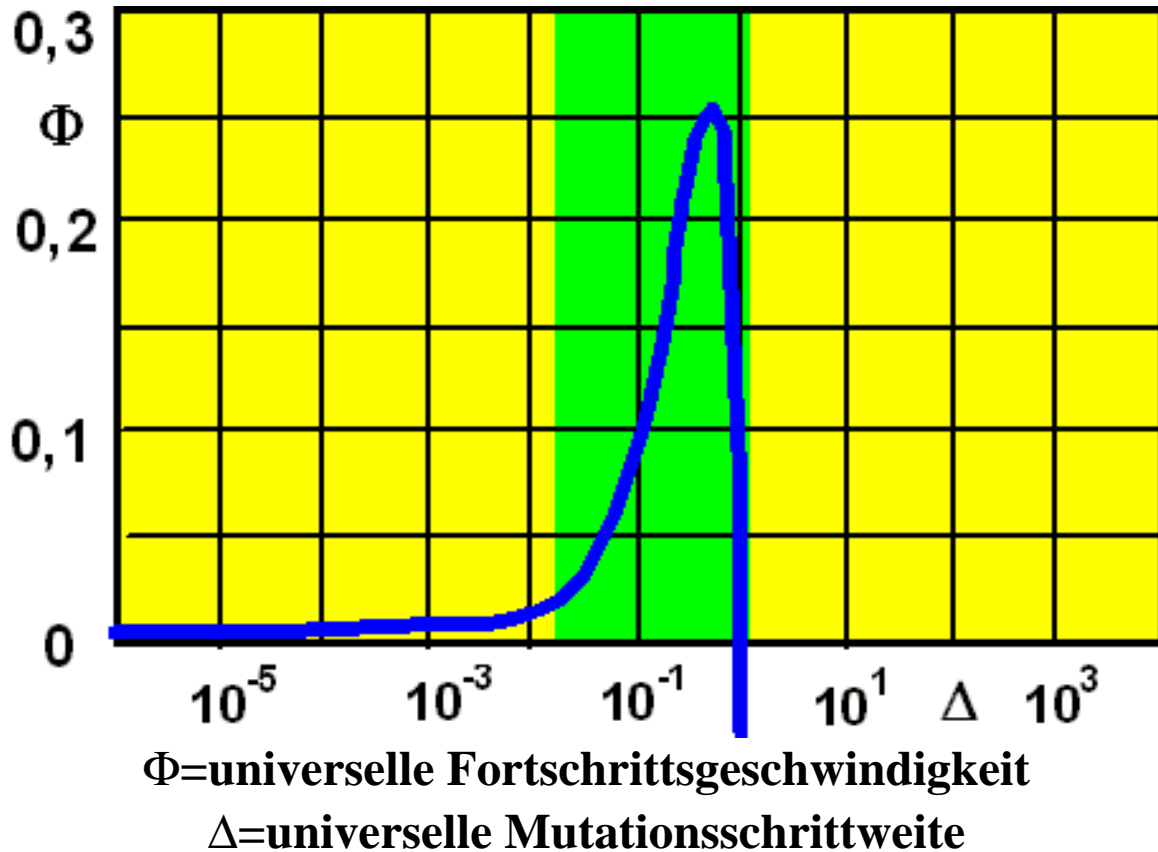
Lebewesen Population einer Art	Numerisches Modell mit unterschiedlichen Parametersätzen
Genetischer Code (Genotyp) ATGC-Basen in DNA bzw. RNA	Binärer Code Modell-Parameter u. Modell-Algorithmen
Phänotyp die "eentlichen" Lebewesen entstehen auf der Basis von Strukturbildungsprozessen aufbauend auf dem Genotyp in einer geeigneten Umgebung.	Simulationsläufe Prozess der Simulation der parametrisierten Modelle in einer geeigneten Umgebung: <i>Computer-Hardware und -Software (Betriebssystem / Simulationssystem)</i>
Fortpflanzung Erzeugung von Kind-Genotypen mittels Rekombination und Mutation	Varianten-Generierung mittels genetischer Prozeduren (Rekombination und Mutation) angewandt auf die Optimierungsvariablen als Teilmenge eines Parametersatzes.
Selektion der Kind-Phänotypen anhand ihres Fortpflanzungserfolges (Fitness-Bewertung)	Varianten-Reduktion auf Basis der mittels numerischer Simulation berechneten Zielfunktionswerte



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Grundlagen zur Evolutionsstrategie (Das Evolutionsfenster)*



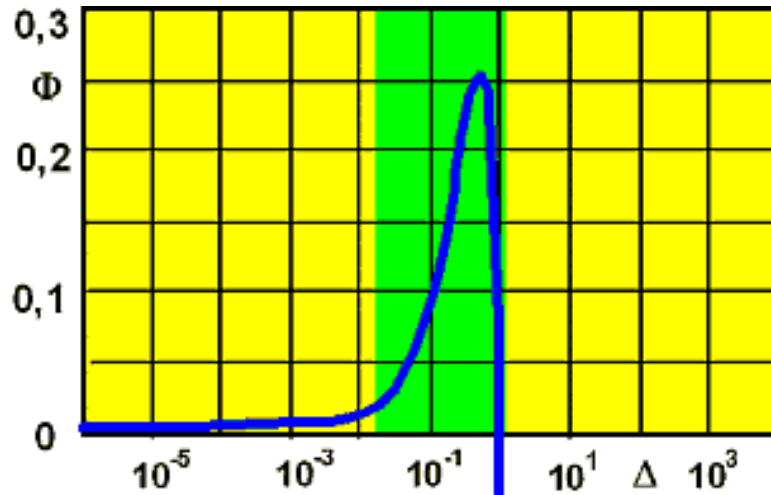
- Bei der ungeschlechtlichen Vermehrung wird z.B. die Fähigkeit zur hinreichend schnellen Anpassung an sich verändernde Bedingungen wesentlich durch die Mutationsrate bestimmt:
 - Wird der Einfluss des Zufalls gering gehalten (z.B. durch Reparaturmechanismen), so entstehen fast gleiche Kinder und die Möglichkeit einer schnellen Veränderung ist gering.
 - Wird die Mutationsrate sehr groß, so sind die meisten Kinder so stark geschädigt, dass sie keine Fortpflanzungschance haben (nicht funktionieren!).
- Es existiert in Abhängigkeit von der Umwelt (zu der auch die anderen Mitglieder der eigenen Population gehören) immer eine optimale Mutationsrate, welche den schnellsten Entwicklungsfortschritt erlaubt. Den Bereich um die optimale Mutationsrate, der zu einem Entwicklungsfortschritt führt, nennt man auch Evolutionsfenster.



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Grundlagen zur Evolutionsstrategie (Evolution der Evolutionsstrategie)*



- Die Mutationsrate gehört zur Evolutionsstrategie auf unterstem Niveau. Darüber liegen dann die Strategien der Rekombination von Genen mittels geschlechtlichen Fortpflanzung oder Gentransfer.
- Für die Evolutionsstrategie existiert eine Codierung im Genotyp, die ebenfalls der Evolution unterworfen ist. Die momentan bessere Fitness ist auch ein Resultat der besseren Evolutionsstrategie.
- Die momentane Evolutionsstrategie wird mit vererbt. Praktisch erfolgt damit eine Schrittweitenregelung, welche die Mutationsschrittweite an die lokale Topologie der Zielfunktion anpasst.

1/5-Erfolgsregel: Der Quotient aus den erfolgreichen Mutationen (also Mutationen, die eine Verbesserung der Fitness bewirken) zu allen Mutationen sollte etwa ein Fünftel betragen.



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Grundlagen zur Evolutionsstrategie (Anwendungsbereiche und Grenzen)*

Bevorzugte Anwendungsbereiche:

- Ursprünglich entwickelt für die Optimierung mit verrauschter Zielfunktion infolge Messungen am realen Objekt. Bewältigt auch Rauschen numerischer Modelle infolge Rundungs- und Approximationsfehler der numerischen Lösung.
- Konvergiert über vereinzelte Unstetigkeitsstellen hinweg, wenn global im Suchraum hinreichend starke Kausalität besteht.
- Einsetzbar in Suchräumen, bei denen auf Grund der Mächtigkeit (Zahl der Optimierungsvariablen) klassische Verfahren versagen.

Grenzen der Anwendbarkeit:

- Gütefunktionen mit vielen lokalen Optima verhindern meist das Finden des globalen Optimums.
- Ist die Kausalität zu schwach, "zerfällt" die Lösung, indem es zu keiner Konvergenz kommt.
- Für hinreichend glatte (nichtverrauschte) Gütefunktionen ohne Unstetigkeitsstellen sind klassische Gradienten- und Abtastverfahren besser geeignet. Es lohnt sich deshalb, Aufwand in die Realisierung einer "glatten" Gütefunktion zu investieren!



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Notation von Evolutionsstrategien (Basisalgorithmus)*

+

$(\mu \quad \lambda)$ - Basisalgorithmus der Evolutionsstrategie

,

- Diese Schreibweise wurde von H.-P. Schwefel in seiner Dissertation 1975 eingeführt:
 - μ Eltern erzeugen in willkürlicher Folge
 - λ mutierte Nachkommen.
- **Komma:**
 - die Eltern sterben sofort nach der "Fortpflanzung"
 - nur Nachkommen werden nach der Selektion zu Eltern einer neuen Generation.
 - der erreichte Zielfunktionswert kann sich dadurch auch verschlechtern
- **Plus:**
 - auch die Eltern nehmen gleichberechtigt mit den Nachkommen an der Selektion für die nächste Generation teil.
 - es können theoretisch (und praktisch) unsterbliche Eltern entstehen.
- **Beispiele:**
 - **(1+1)-ES** :
einfachste Evolutionsstrategie mit 1 Elter und 1 Kind;
der Bessere von Beiden wird zum Elter der nächsten Generation.
 - **(1,7)-ES** :
1 Elter und 7 Kinder;
von den 7 Kindern wird das Beste zum Elter der nächsten Generation.



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Notation von Evolutionsstrategien (Rekombination)*

+

$(\mu/p \quad \lambda)$ - Evolutionsstrategie mit Rekombination

,

- Der zusätzliche Parameter p beschreibt, wie viele Eltern jeweils an der Erzeugung eines Nachkommen beteiligt sind.
- Es hat sich gezeigt, dass $p < \mu$ keine Vorteile bringt. Die Multi-Rekombination mit $p = \mu$ erweist sich für den Praktiker als sinnvoll.
- **Beispiele:**
 - **(5/2,20)-ES** - 5 Eltern erzeugen insgesamt 20 Kinder:
 - für die Erzeugung 1 Kindes werden jeweils 2 Eltern zufällig ausgewählt;
 - die ausgewählten 2 Eltern werden jeweils rekombiniert und das entstandene Kind mutiert;
 - die besten 5 Kinder werden zu Eltern der nächsten Generation.
 - **(4/4+10)-ES** - 4 Eltern und 10 Kinder:
 - für die Erzeugung 1 Kindes werden alle Eltern genutzt;
 - die Eltern nehmen an der Selektion für die nächste Generation teil.

Hinweis:

Die ES-Notation bietet auch Möglichkeiten zur Beschreibung geschachtelter Strategien, welche z.B. konkurrierende, zeitweilig isolierte Populationen mit einbeziehen. Das ist für den Optimierungspraktiker zur Zeit noch nicht von Bedeutung!



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Optimale Eltern-Anzahl*

+
(μ/p λ) - Evolutionsstrategie mit Rekombination
,

- Die Zahl der Eltern μ gibt vor, wie viele unterschiedliche Parametersätze nach der Selektion für die nächste Generation erhalten bleiben (Populationsgröße)
- Für hinreichend glatte Zielfunktionsoberflächen (kein Rauschen, stückweise kontinuierlich) ist 1 Elter ausreichend. Mehrere Eltern bremsen dann nur die Fortschrittsgeschwindigkeit!
- Mit der Zunahme des stochastischen Anteils der Zielfunktion sollte die Zahl der Eltern erhöht werden. Dies bewirkt eine Art Mittelwertbildung der stochastischen Zielfunktionsschwankungen über die Streubreite der selektierten Eltern.
- Mit der Zahl der Eltern muss proportional auch die Kinderzahl erhöht werden.
- Dies wird letztendlich durch die verfügbaren Ressourcen des Computers beschränkt. Bei rechenintensiven Simulationsmodellen wird z.B. die Rechenzeit für die Berechnung einer Generation so groß, dass dies durch den Fortschritt von Generation zu Generation nicht kompensiert wird.
- Beginnend mit einer geringeren Elternanzahl kann diese durch Beobachtung des Fortschritts schrittweise anpassen, um möglichst schnell die optimale Lösung zu finden.



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Optimale Kinder-Anzahl*

+
(μ/p λ) - Evolutionsstrategie mit Rekombination
,

- Die Zahl der Kinder λ legt fest, wie viele Parameterkombinationen innerhalb des Mutations- und Rekombinationsbereiches der Eltern erzeugt werden.
- Auf die Zielfunktion bezogen ist dies praktisch die Zahl der Tastschritte um die vorhandenen Ausgangslösungen der Eltern herum.
- Für hinreichend glatte Zielfunktionen ist bereits 1 Kind ausreichend, welches im Rahmen der (1+1)-ES mit dem 1 Elter konkurriert.
- Die Anzahl der Kinder muss zumindest so groß sein, dass für die nächste Elterngeneration genügend Individuen zur Auswahl stehen.
- Das Zahlen-Verhältnis Eltern/Kinder ist ein Maß für den Selektionsdruck. Für glatte Zielfunktionen wird z.B. eine (1,5)-ES empfohlen. Um eine gleichmäßigere Konvergenz zu erreichen, kann man die Zahl der Kinder auf eine (1,10)-ES erhöhen.
- Bei Vorliegen einer verrauschten Zielfunktion bringt es keinen Effekt, nur die Zahl der Kinder zu erhöhen! Hier hilft nur eine Erhöhung der Elternzahl mit proportionaler Erhöhung der Kinderzahl.



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Überleben der Eltern*

- In der Natur können Eltern meist über mehrere Generationen hinweg leben und Nachkommen erzeugen. Sie konkurrieren dabei mit den jeweiligen Folge-Generationen. Die Eltern sind aber nie unsterblich.
- In der Evolutionsstrategie wird dies vereinfacht. Entweder werden die Datensätze der Eltern sofort nach dem Erzeugen der Kinder vernichtet oder sie können beliebig oft an der Selektion für die nächste Elterngeneration teilnehmen:
 - **Eltern dürfen nicht überleben (Komma):**
Der erreichte Zielfunktionswert kann sich auch verschlechtern. Dies geschieht immer dann, wenn alle Kinder schlechter sind als das beste Elternindividuum. Das verhindert ein 'Verklemmen' der Evolutionsstrategie infolge unsterblicher Eltern.
 - **Eltern dürfen überleben (Plus):**
Da keine Verschlechterungen möglich sind, führt dies bei gutmütigen Zielfunktionen (glatt mit einem ausgeprägtem Optimum) meist zu einem schnelleren Finden des Optimalwertes. Es können aber unsterbliche Eltern entstehen. Dies geschieht z.B., wenn die ebenfalls vererbte Mutationsschrittweite für die Zielfunktion viel zu groß ist und demzufolge alle Kinder zwangsläufig schlechter werden.



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Rekombinationstypen*

- Da die Rekombination verschiedener Datensätze der Eltern immer einen größeren Evolutionsfortschritt bringt, sollte ab zwei Eltern die **Multi-Rekombination** angewandt werden (in OptiY automatisch realisiert).
- Es existieren verschiedene Ansätze, wie die Datensätze der Eltern zum Kinderdatensatz zusammengeführt werden, z.B.:
 - **diskrete Multi-Rekombination**
 - Der Datensatz eines Kindes entsteht durch zufällige Kombination der Datensätze aller Eltern. Z.B. steuert Elter1 die Wert einer Länge, Elter5 den Wert eines Durchmessers, Elter3 den Wert einer Dicke usw. bei.
 - Die Kinderdatensätze liegen bei der diskreten Multi-Rekombination auf der Oberfläche einer Hyperkugel um den Schwerpunkt der Elterndatensätze.
 - Durch die anschließende Mutation der rekombinierten Datensätze wird die Oberfläche dieser Hyperkugel normalverteilt aufgeweitet.
 - **Mittelwertbildung**
 - Der Datensatz eines Kindes entsteht aus den Mittelwerten der kombinierten Elternwerte.
 - Die Kinder-Datensätze werden anschließen mutiert.
 - **kontinuierliche Verteilungen** (z.B. Gleich, Normal, Rampe)
 - Der Datensatz eines Kindes entsteht aus "Zufallswerten" entsprechend der gewählten Verteilungsfunktion zwischen den beteiligten Elternwerten.
 - Diese Zufallswerte werden anschließen noch mutiert.
- Multi-Rekombination bedeutet immer Beteiligung aller Eltern bei der Erzeugung eines Kindes.
- Einfache Rekombination würde zufällig zwei Eltern aus der Elternmenge auswählen.



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Mutationsschrittweite*

Die richtige Anpassung der Mutationsschrittweite an die lokale Topologie der Zielfunktion ist das A und O zur Erzielung eines möglichst guten Optimierungsfortschritts.

- Art der Schrittweitenregelung:
 - **Multischritt-Option:** für jede Optimierungsvariable wird eine separate Streubreite (Mutationsschrittweite) vererbt, so dass Anpassungen an richtungsabhängige Steigungen der Zielfunktion möglich sind.
 - **Einzelschritt-Option:** gemeinsamer Betrag der Mutationsschrittweite für alle Optimierungsvariablen wird vererbt, so ist die Anpassungen an richtungsabhängige Steigungen der Zielfunktion nicht mehr möglich.
- Wahl der Mutationsschrittweite:
 - **Mittelwert:**
 - Im Sinne der Multi-Rekombination wird die Mutationsschrittweite für jede Optimierungsvariable des Kindes als Mittelwert der zugehörigen Eltern-Schrittweiten gebildet.
 - Damit werden bei verrauschten Zielfunktionen stochastische Fluktuationen der Mutationsschrittweite vermindert, da die Anzahl der Eltern eine integrierende, glättende Wirkung auf die Änderung der Schrittweite ausübt.
 - Der gebildete Mittelwert wird anschließend mutiert (normalverteilt aufgeweitet).
 - **Bestwert:**
 - Es wird jeweils die Schrittweite der besten Eltern übernommen.
 - Dieser Wert wird danach ebenfalls mutiert.
 - **Mutation der Mutationsschrittweite:**
 - Sowohl bei Mittel- als auch bei Bestwert-Nutzung wird zusätzlich eine globale Mutationsschrittweite an jedes Kind vererbt.
 - Diese globale Schrittweite wird bei jedem Kind über einen auf 1 normierten Zufallsfaktor "mutiert".
 - Die Mutation der einzelnen Mutationsschrittweiten erfolgt bei jedem Kind mit der individuellen globalen Mutationsschrittweite.

Da die Mutationsschrittweiten mit vererbt und selektiert werden, erfolgt eine Optimierung dieser Schrittweiten in Hinblick auf einen schnellen Fortschritt.



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

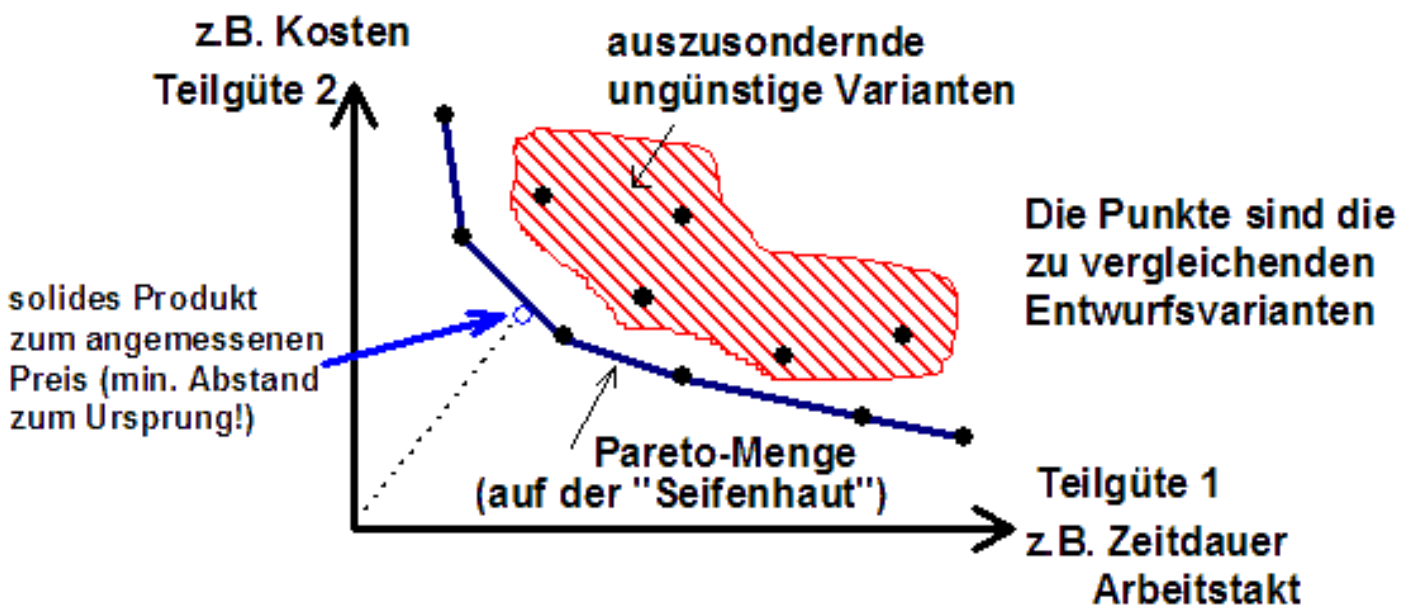
----> *Co-Evolutionäre Strategien (Mehrkriterien-Optimierung)*

In der Produkt-Entwicklung hat man meist Optimierungsaufgaben mit mehreren Bewertungskriterien. Dabei wird ein Vektor der Optimierungsvariablen gesucht, mit dem alle Gütekriterien minimiert werden. Die Zielfunktion ergibt sich klassischerweise durch Addieren der gewichteten Gütekriterien mit den entsprechenden Gewichtungsfaktoren:

$$Guete = \sum_{i=1}^n (Wichtung_i \cdot Teilguete_i)$$

Die Vorgabe der Gewichtungsfaktoren ist jedoch eine sehr grobe Vereinfachung, denn es gibt keine eindeutige Lösung, sondern eine pareto-optimale Lösungsmenge:

- Dabei wird der Lösungsraum für die Entwurfsvarianten über die (normierten) Teilgüten aufgespannt (jeder Teilgüte ist eine Koordinaten-Achse zugeordnet).



- Die Kriterien sind miteinander meist nicht verträglich. Beim Versuch, die Werte einiger Kriterien zu minimieren, können sich die Werte anderer Kriterien vergrößern.
- Die Varianten der Pareto-Menge sind "besser" als die übrigen Varianten.
- Letztendlich entscheiden die Verwertungsbedingungen darüber, was man als optimale Kompromisslösung wählt, z.B.:
 - möglichst schnell, egal wie teuer
 - möglichst billig, egal wie schnell
 - möglichst gutes Preis/Leistungsverhältnis



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Co-Evolutionäre Strategien (Co-Existenz in Ökosystemen)*

- Das grundlegende Konzept co-evolutionärer Algorithmen basiert auf Ökosystemen mit stark **wechselwirkenden Populationen** verschiedener Arten (**Coevolution**).
- Davon wird speziell die wechselseitige Anpassung von **Räuber- und Beutetieren** nachgebildet (schnellere Hasen sind von Nachteil für die Füchse und umgekehrt):
 - Der Wettbewerb existiert also nicht nur innerhalb einer Art, sondern auch zwischen den co-existierenden Arten.
 - In den Fitnesswert eines Individuums muss auch die Fitness der jeweils anderen Art einfließen:
 - Die Räuber-Fitness wächst mit verminderter Beute-Fitness und umgekehrt.
- Co-Evolution ist der Antrieb für die ständige Weiterentwicklung der Arten innerhalb von Ökosystemen auch bei stabilen Umweltbedingungen.
- Die Prinzipien der Co-Evolution kann man für die Mehrkriterien-Optimierung nutzen, indem man die normale Evolutionsstrategie erweitert.



4.2. Verfahren der numerische Optimierung

4.2.3. Optimierung nach biologischem Vorbild

----> *Co-Evolutionäre Strategien (Co-Evolutionäre Algorithmen)*

- **Beutetiere:** Individuen (Parametersätze) der aktuellen Population von Lösungen.
- **Räuber:** Zusätzliche Population von Co-Individuen, welche die wertende Sicht der Nutzer auf das zu optimierende Produkt verkörpern:
 - Die Gewichtungsfaktoren der Teilgütern stellen die Optimierungsvariablen der Räuber dar.
 - Diese Gewichtungsfaktoren können sich damit ausgehend von einem vorgegebenen Anfangswert durch die Evolutionsstrategie verändern.
 - Die Summe aller Wichtungsfaktoren jedes Räubers bleibt konstant =1 (Randbedingung).
- Die Güte jeder Lösung (Beutetier) wird durch die benutzten Gewichtungsfaktoren bestimmt. Die Güte einer Lösung ist also Nutzerabhängig, da jeder Nutzer (Räuber) eigene Gewichtungsfaktoren besitzt:

$$Guete = \sum_{i=1}^n (Wichtung_i \cdot Teilguete_i)$$

- Um an alle Lösungen (Individuen) einen einheitlichen Maßstab anzulegen, werden die Gewichtungsfaktoren des besten Co-Individuums (der vorherigen Generation) benutzt. Damit widerspiegelt die berechnete Fitness die Anpassung an den besten Räuber:

$$Guete = \sum_{i=1}^n (W(\text{BestCo})_i \cdot Teilguete_i)$$

- Der Fitness-Wert eines Co-Individuums (Räuber) wird mittels seiner eigenen Gewichtungsfaktoren und den Teilgütern des besten Individuums (der vorherigen Generation) berechnet:

$$CoGuete = - \sum_{i=1}^n (W_i \cdot Teilguete(\text{Best})_i)$$

Ein Räuber ist umso besser, je weiter er mit seinen Eigenschaften die zur Zeit bestangepasste Beute "umgeht". Dies widerspiegelt sich im negativen Vorzeichen nach der Summenbildung.

- Die Population der Lösungen (Beutetiere) driftet zur Pareto-Menge. Die unterlegte "normale" Evolutionsstrategie bevorzugt Lösungen in Richtung dieser Pareto-Menge.
- Das Prinzip der wechselseitigen Anpassung (Distanzierung) zwischen Individuen und Co-Individuen führt zu endlosen Schwingungen entlang der Pareto-Menge.

Hinweis: Im OptiY ist ein abgewandelter Algorithmus implementiert!