

Software: SimX - Nadelantrieb - Probabilistische Simulation

Aus OptiYummy

↑

← →

4. Etappe im Übungskomplex "Nadelantrieb" Probabilistische Simulation (Toleranz-Analyse) Autor: Dr.-Ing. Alfred Kamusella

*Eine Fehlentscheidung auf Anhieb
spart immerhin Zeit.
- Helmar Nahr -*

1. Modellierung von Toleranzen

→  *Grundlagen zur Probabilistik*

- Zielstellung der Toleranz-Analyse
- Toleranz-Modell
- Toleranz-Versuchsstand

2. Simulation von Toleranzen

2.1 Sample-Methoden

- Sample-Methoden (Überblick)
- Latin-Hypercube (Experimente)

2.2 Moment-Methoden

- Moment-Methoden (Überblick)
- Second Order (Experimente)

Einzusendende Ergebnisse:

- Teilnehmer der Lehrveranstaltung **Optimierung** laden ihre Ergebnisse verpackt in einem Archiv-File im zugehörigen Opal-Kurs hoch.
- Das Archiv-File muss mit (xx=Teilnehmer-Nummer 01...99) folgende konfigurierte Modelldateien enthalten:
 - Tabelle mit den geforderten Lösungswerten und Antworten auf die gestellten Fragen (PDF-Vorlage wird bereitgestellt).
 - Etappe4_xx.isx (konfiguriert mit dem Bestwert aus der Etappe3)
 - Etappe4_xx_Sample.opy
 - Etappe4_xx_Moment.opy
- Die Experimente sind so zu konfigurieren, dass die Inhalte aller Ergebnis-Fenster ohne erneute Modellberechnung bewertbar sind.

Einsendeschluss:

- Die Nacht vor dem nächsten Übungskomplex. Die Nacht endet morgens um 10:00 Uhr.

← →

Software: SimX - Nadelantrieb - Probabilistik - Zielstellung

Aus OptiYummy

↑

← →

Zielstellung der Toleranz-Analyse

Probabilistische Simulation:

- Das ist die Simulation der gesamten Bandbreite des Verhaltens aller möglichen Realisierungen eines modellierten Objekts. Die Streuungen physikalisch-technischer Größen und des Objektverhaltens werden dabei in Form von Verteilungsdichtefunktionen berücksichtigt. Dies entspricht praktisch der Simulation einer Stichprobe.
- Im Unterschied dazu bildet die klassische "Nennwert"-Simulation in einem Simulationslauf nur ein konkretes Verhalten eines modellierten Objekts ab.



In den vorherigen Übungsetappen haben wir Nennwert-Optimierungen ohne Berücksichtigung der unvermeidlichen Streuungen aller Systemgrößen durchgeführt. Diese Nennwert-Optima reizen zulässige Grenzwerte der Restriktionsgrößen meist aus, um ein "Maximum" an Funktionalität zu erreichen. Es ist deshalb zu befürchten, dass unsere bisherige optimale Lösung für den Prägeantrieb in der Praxis recht schnell versagt:

- Infolge der Fertigungsstreuungen (z.B. Maßtoleranzen) sowie Streuungen der Material- und Umgebungseigenschaften ist es praktisch unmöglich, einen Nadelantrieb mit exakt den Werten zu realisieren und zu betreiben, welche als Ergebnis der Nennwert-Optimierung ermittelt wurden.
- Außerdem ist das für die Nennwert-Optimierung verwendete Modell immer ungenau. Es sind nur statistische Aussagen über das Vertrauensintervall der Simulationsergebnisse möglich.

Es ist deshalb erforderlich, zumindest ein Gefühl dafür zu entwickeln, welchen Einfluss die Änderung eines Modellparameters auf das geforderte Verhalten besitzt. Im "klassischen" Sinne nutzt man dafür in der Simulation eine sehr einfache Form der Sensitivitätsanalyse:

- Man ändert jeweils einen Modellparameter in den Grenzen seiner zu erwartenden Streubreite (Toleranz X).
- Man beobachtet den Einfluss jeder Parameterstreuung T_n auf das Verhalten aller Ausgangsgrößen Y_m (Restriktionen und Kriterien).
- Für den aktuellen Betriebspunkt des Systems (z.B. Nennwert-Optimum) kann man daraus die partiellen Ableitungen $\delta Y_m / \delta X_n$ bilden.

Dieses klassische Verfahren des **vollständigen Versuchsplans**, jeweils einen Parameter zu variieren, alle anderen konstant zu halten und dann den nächsten zu variieren, liefert zwar die volle gewünschte Information, führt aber bei einer größeren Anzahl von Parametern schnell zu einem ausufernden Aufwand:

- Untersucht man z.B. nur die Grenzwerte jeweils einer Toleranzgröße, wobei alle anderen Toleranzgrößen auf dem Nennwert festgehalten werden, so handelt es sich um eine starke Vereinfachung:
 - Die Wirkung der Toleranzgrößen ist im Allgemeinen nichtlinear.
 - Es existieren Abhängigkeiten zwischen den Toleranzgrößen. D.h., die Wirkung einer Toleranzgröße auf die Ausgangsgrößen (z.B. Restriktionen) ist abhängig vom aktuellen Wert der anderen Toleranzgrößen.
- Möchte man zur Erzielung einer höheren Genauigkeit k Parameter mit jeweils n Einstellungen untersuchen, ergibt sich eine Gesamtzahl von $N=n^k$ Modell-Läufen.

- So sind z.B. bei $n=k=10$ insgesamt 10 Milliarden Modell-Läufe notwendig. Die Durchführung solcher Experimente ist wegen begrenzter Ressourcen nicht möglich!

Die **probabilistische Simulation** auf Basis der **statistischen Versuchsplanung** ermöglicht, den erforderlichen Berechnungsaufwand zu begrenzen. Dieses Verfahren soll deshalb im Folgenden für alle statistischen Analysen benutzt werden.

Eine weitere Reduzierung des Berechnungsaufwandes erreichen wir, indem wir uns auf die relevanten Streuungsgrößen beschränken. Aus vorhergehenden Experimenten besitzen wir bereits gewisse Vorstellungen zu den für die Funktion des Gesamtsystems kritischen Parametern:

1. Draht-Temperatur **T_Spule** (-25°C bis 75°C)
2. Papierdicke **d_Papier** (0.1 mm bis 0.3 mm)
3. Betriebsspannung **v_el** (24 V ±10%)
4. Wirbelstromwiderstand **Re_Eisen** (Schätzwert 1.5 mΩ mit einer geschätzten Genauigkeit von ±50%)
5. Federkonstante **kF** der Rückholfeder (Fertigungstoleranz ±30%)

Als Restriktionsgrößen beobachten wir:

1. Prägung
2. Zykluszeit
3. Spulenstrom
4. Spulenspannung

Experimentier-Ziele:

1. **Ausschuss-Quote** ermitteln
2. **Korrelationen** zwischen den Streuungen der Modell-Parameter und des Modell-Verhaltens
3. **Sensitivitätsanalysen:**
 1. **Pareto-Charts** (Rangfolgen) der Streuungseinflüsse
 2. **Übertragungsfunktion** des Modells analysieren

Das Simulationsmodell ist bei Bedarf um Toleranz-Aspekte zu erweitern. Für die Durchführung probabilistischer Simulationen muss ein Versuchsstand mit geeigneten Experimenten konfiguriert werden.

← →

Abgerufen von „http://index.php?title=Software:_SimX_-_Nadelantrieb_-_Probabilistik_-_Zielstellung&oldid=28023“

Software: SimX - Nadelantrieb - Probabilistik - Toleranzmodell

Aus OptiYummy

↑

← →

Toleranz-Modell

Für eine "saubere" Toleranz-Simulation sind meist einige Vorbereitungen in den verwendeten Simulationsmodellen erforderlich:

- Grundlage ist ein mit der aktuellen Lösung konfiguriertes Simulationsmodell (im Beispiel: Parameter des Nennwert-Optimums).
- Wir erstellen aus der Datei **Etappe3_xx.isx**, welche mit dem erreichten Bestwert konfiguriert ist, eine Kopie **Etappe4_xx.isx**, um unseren erreichten Bearbeitungszustand nicht zu zerstören.

Toleranz-Typen

Bei den Toleranz-Größen kann man zwischen zwei grundsätzlichen Typen unterscheiden:

1. Absolute Toleranzen

- Die Toleranz als Streubreite um das Toleranzmittenmaß ist unabhängig vom Toleranzmittenmaß. Diese Unabhängigkeit muss zumindest im betrachteten Maßbereich zutreffen.
- Die Maßtoleranzen sind im Allgemeinen absolute Toleranzen, solange die Fertigungsgenauigkeit nicht vom Nennmaß selbst abhängt.
- Auch Umgebungsbedingungen sind meist durch Absolutwerte gekennzeichnet. Im Beispiel betrifft das die aktuelle Temperatur der Magnetspule, welche sich in einem Bereich von -25°C bis 75°C bewegen darf. Der Maximalwert von 90°C aus der vorherigen Etappe wird inzwischen als zu hoch eingeschätzt!
- Im Beispiel wird der Bereich der zulässigen Papierdicken von 0.1 mm bis 0.3 mm ebenfalls als absolute Toleranz behandelt.

2. Relative Toleranzen

- Toleranzen von funktionellen Kennwerten werden häufig als Toleranzbreiten in Prozent bezogen auf den Nennwert angegeben (z.B. für elektrische Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten, aber auch für mechanische Federn und Dämpfer).
- Betriebsbedingungen können häufig durch relative Toleranzen gekennzeichnet werden. Im Beispiel ist das die Betriebsspannung, die mit einer Genauigkeit von $\pm 10\%$ bereitgestellt wird.
- Für eine Toleranz-Analyse einer aktuellen Lösung kann man die relativen Toleranzen in absolute Werte der aktuellen Toleranzbreiten umrechnen.
- Bei einer Optimierung, in deren Verlauf sich die Nennwerte (Toleranzmittenwerte) ändern, müsste man diese absoluten Werte für die Toleranzen jedoch ständig neu berechnen.

Diese Unterscheidung in absolute und relative Toleranzen muss man innerhalb der benutzten **CAX-Umgebung** beim Aufbau von Experimenten berücksichtigen:

- *SimulationX* kann Streuungen der Parameter um die Nennwerte nicht direkt behandeln. Jeder Simulationslauf bezieht sich nur auf die aktuell eingestellten Istwerte der Parameter.
- *OptiY* benötigt Absolutwerte zur Beschreibung der Toleranzbreiten. Eine direkte Abhängigkeit (z.B. mittels Formel) zu den aktuellen Nennwerten kann im *OptiY* nicht hergestellt werden.

Bei Bedarf muss man fehlende Funktionalität der Software durch eine geeignete Modell-Ergänzung kompensieren!

Modellierung absoluter Toleranzen in OptiY

In der aktuellen Übungsetappe führen wir nur eine Toleranzanalyse für den Bestwert der bisherigen Nennwert-Optimierung durch:

- Hierbei bleiben die Toleranzmittenwerte und Toleranzbreiten konstant.
- Aus den vorhandenen Informationen zu den berücksichtigenden Toleranzgrößen, ist es problemlos möglich, alle benötigten Streuungsparameter für das OptiY-Experiment abzuleiten.
- Es müssten dafür folgende Streuungen definiert werden (noch nicht durchführen → nur als Vorbetrachtung!):

```
Spulentemperatur      T_Spule : Nennwert=25 °C / Toleranz=100 K / Gleichverteilung ("Kaltstart" auch bei Kälte!)
Papierdicke           d_Papier : Nennwert=0,2 mm / Toleranz=0,2 mm / Gleichverteilung (verschiedene Papiersorten)
Betriebsspannung      v_e1 : Nennwert=24 V / Toleranz=4,8 V / Normalverteilung
Wirbelstromwiderstand Re_Eisen : Nennwert=1,5 mΩ / Toleranz=1,5 mΩ / Normalverteilung
Federsteife           k_Feder : Nennwert=kF_Best / Toleranz=0,6·kF_Best / Normalverteilung (±30% um Bestwert)
```

- Allerdings muss ausgehend von den gewonnenen Erkenntnissen spätestens in der letzten Etappe unseres Entwurfsprozesses eine abschließende Optimierung unter Berücksichtigung der relevanten Toleranzgrößen durchgeführt werden.
- Bei dieser "probabilistischen" Optimierung sollen die konstruktiven Entwurfsparameter so angepasst werden, dass eine möglichst robuste Funktion trotz der vorhandenen Toleranzen erreicht wird.
- Die Federsteife **k_Feder** der Rückholfeder ist einer dieser zu optimierenden konstruktiven Entwurfsparameter.
- Deshalb sollte jetzt die Toleranzanalyse bereits so konfiguriert werden, dass sie auch bei sich änderndem Nennwert der Federsteife automatisch funktioniert!

Die Lösung besteht darin, solche Toleranzgrößen innerhalb des *OptiY*-Experimentes auf den Nennwert=1 zu normieren und die Toleranz-Breite als relative Abweichung zum normierten Nennwert zu interpretieren:

```
normierte Federsteife kFeder_rel: Nennwert=1 / Toleranz=0,6 / Normalverteilung (±30% um normierten Nennwert)
```

Erforderlich ist zusätzlich eine Erweiterung des Simulationsmodells, welche aus den im *OptiY*-Experiment erzeugten normierten Istwerten (im Beispiel im Bereich 0,7 ... 1,3) die zugehörigen Istwerte der Federsteife berechnet.

Modellierung relativer Toleranzen in SimulationX

Am Beispiel der Federsteife der Rückholfeder können wir üben, wie man allgemein solche normierten relativen Toleranzgrößen behandeln kann:

- Toleranzen sind Bestandteil der CAD-Daten.
- Wir erweitern deshalb den **CAD_Data**-Elementtyp um die berücksichtigten Toleranz-Kenngrößen und die zugehörigen Zusammenhänge zur Berechnung der aktuellen Istwerte:

```
Komponenten-Parameter:
d_Anker      = 10 mm      [Ankerdurchmesser      ]
k_Feder      = "Bestwert" [Federsteife (Nennwert) ]
kFeder_rel   = 1          [Federsteife (1=Nennwert)]
Komponenten-Variable:
kFeder_ist   in N/mm      [Federsteife (Istwert)  ]
Verhalten-Algorithmus:
// Umrechnung relative in absolute Toleranz -> Istwerte
kFeder_ist:= kFeder_rel * k_Feder;
```

Die toleranzbehaftete Feder erhält ihren aktuellen Istwert-Parameter aus der zugehörigen Toleranz-Variablen des CAD-Elements:

Feder.k : CAD.kFeder_ist

Wichtig: Nach dieser Modell-Änderung muss mit **CAD.kFeder_rel=1** die Simulation zum Ergebnis des zuvor konfigurierten Bestwertes führen!

← →

Abgerufen von „http://index.php?title=Software:_SimX_-_Nadelantrieb_-_Probabilistik_-_Toleranzmodell&oldid=28302“

Software: SimX - Nadelantrieb - Probabilistik - Toleranzversuchsstand

Aus OptiYummy

↑

← →

Toleranz-Versuchsstand

□

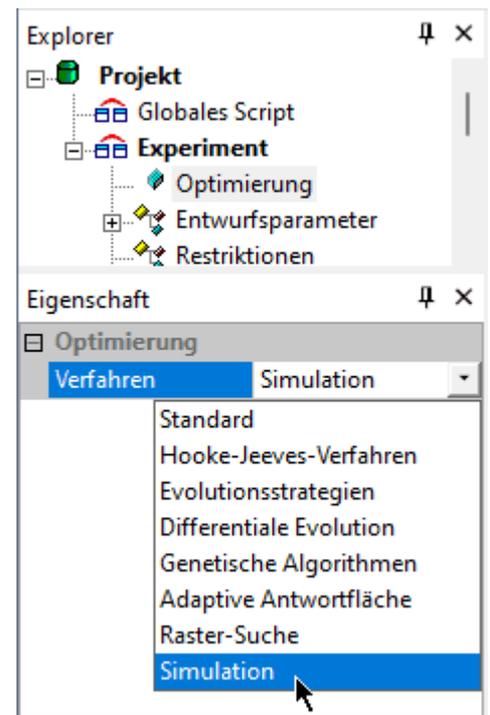
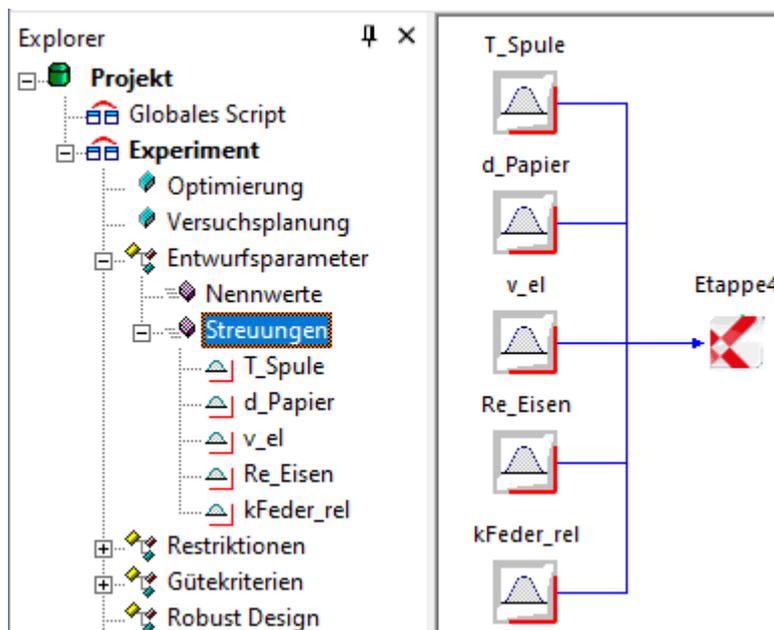
Simulation als Optimierungsverfahren

Im OptiY beginnen wir mit einer neuen Datei **Etappe4_xx.opy** (xx=Teilnehmer-Nummer):

- Für das Experiment wählen wir als "Optimierungs"-Verfahren die **Simulation**. Dieses Verfahren bewirkt eine einmalige Abarbeitung des gesamten Experiment-Workflows.
- Da wir im Workflow noch *Streuungen* definieren, wird danach mit einer **Simulation** eine ganze Stichprobe simuliert ("Toleranz-Simulation").

Toleranzen (Streuungen) in OptiY

Wir fügen die **5 Streuungen** in den Experiment-Workflow ein und speisen damit die zugehörigen Parameter unseres Antriebsmodells der **Etappe4**:

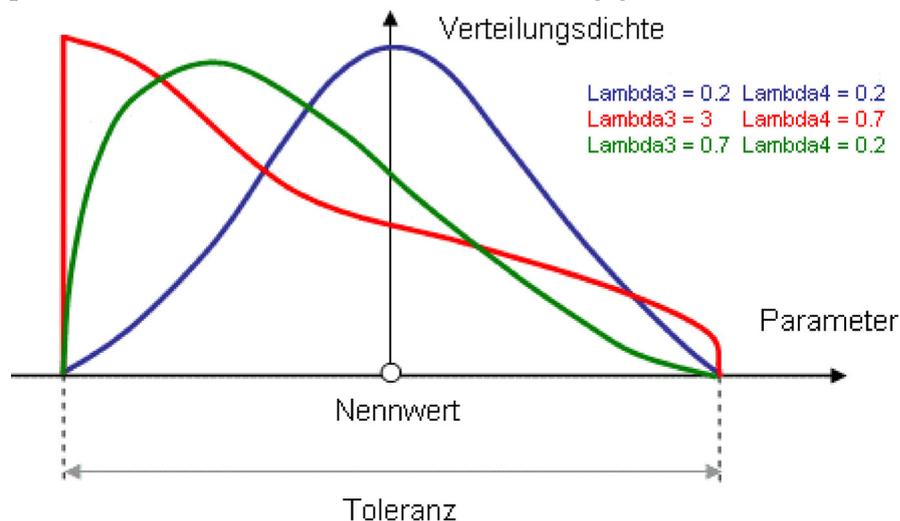


Für jede Streuung definiert man voneinander unabhängige Eigenschaften für zwei Aspekte ihrer Verwendung:

1. **Versuchsplanung**: beschreibt die Streuung für die "**reale Stichprobe**" (Abtastung des Modells oder eines Versuchsmusters zur Gewinnung einer Ersatzfunktion innerhalb des Toleranzbereiches)
2. **Virtueller Entwurf**: beschreibt die Streuung für die "**virtuelle Stichprobe**" (Gewinnung probabilistischer Aussagen unter Nutzung der auf Basis der Versuchsplanung ermittelten Ersatzfunktion):

Eigenschaft	
☐ Streuung Daten	
Name	Re_Eisen
Einheit	mOhm
Kommentar	Wirbelstromwiderstand
☐ Versuchsplanung	
Nennwert	1,5
Toleranz	1,5
Genauigkeit	0
Verteilung	Normalverteilung
Typ	Zufall
☐ Virtueller Entwurf	
Entwurfsparameter	<input type="checkbox"/>
Nennwert	1,5
Toleranz	1,5
Verteilung	Normalverteilung
Typ	Zufall

- Der Wert der **Toleranz T** beschreibt für jede Streuungsgröße die Breite des Variationsbereiches um den aktuellen **Nennwert N**: $(N-T/2)$ bis $(N+T/2)$.
- Der **Nennwert** entspricht hier dem Toleranzmittenwert, unabhängig von der Art der Verteilung:



- Typ=Zufall** gewährleistet eine Behandlung der Streuung als stetige, kontinuierliche Verteilung.
- Beachte:** Der Toleranzbereich des "virtuellen Entwurfs" sollte den abgetasteten Toleranzbereich der "Versuchsplanung" nicht verlassen, da eine Extrapolation der Ersatzfunktion mit großen Unsicherheiten behaftet ist.
- In unseren Experimenten entsprechen die Werte von **Toleranz** und **Nennwert** im "Virtuellen Entwurf" den Werten der "Versuchsplanung"!
- Hinweise:**
 - Genauigkeit** definiert die kleinstmögliche Änderung des Toleranzwertes beim Suchen nach einem optimalen Toleranzwert (ohne Bedeutung bei unserer Toleranzanalyse!)
 - Entwurfsparameter:** Es ist möglich, auf der Basis der gewonnenen Ersatzfunktion Optimierungen durchzuführen. Markiert man eine Streuung als "Entwurfsparameter", wird der virtuelle Nennwert bei der virtuellen Optimierung geändert.

Analog zum obigen Beispiel der absoluten Toleranz für den Wirbelstromwiderstand des Eisenmaterials definieren wir die Eigenschaften der anderen absoluten Toleranzen:

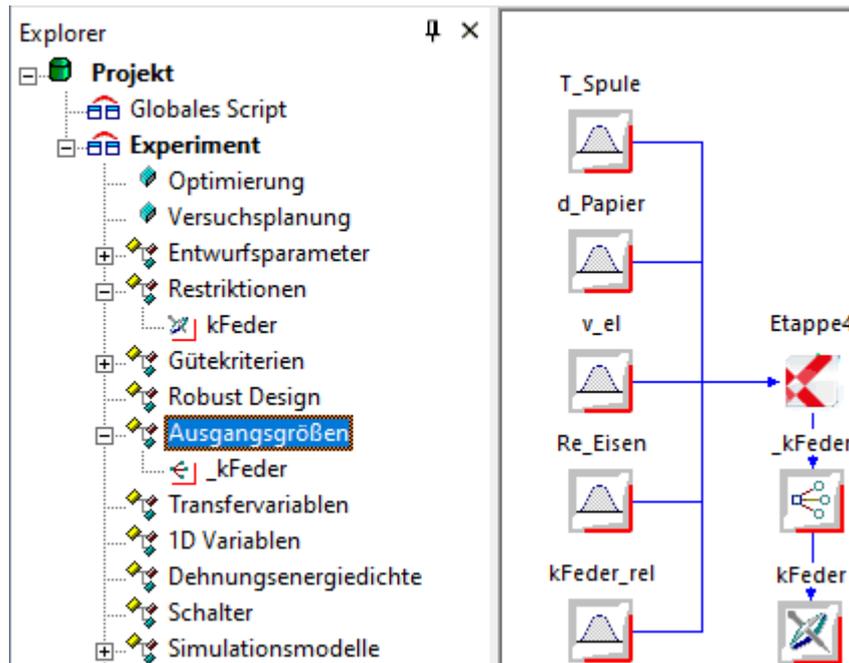
Spulentemperatur	T_Spule	: Nennwert=25 °C / Toleranz=100 K	/ Gleichverteilung ("Kaltstart" auch bei Kälte!)
Papierdicke	d_Papier	: Nennwert=0,1 mm / Toleranz=0,2 mm	/ Gleichverteilung (verschiedene Papiersorten)
Betriebsspannung	v_el	: Nennwert=24 V / Toleranz=4,8 V	/ Normalverteilung
Wirbelstromwiderstand	Re_Eisen	: Nennwert=1,5 mΩ / Toleranz=1,5 mΩ	/ Normalverteilung

Die Definition der Eigenschaften für die relative Toleranz der Federsteife ist ebenfalls kein Problem:

OptiY bietet die Möglichkeit, die generierten Verteilungsdichten der einzelnen Streuungen als Grafikdiagramm darzustellen:

- Damit kann man für die absoluten Toleranzen direkt überprüfen, ob ihre Streuungen mit der gewünschten Verteilung innerhalb der richtigen Grenzen generiert werden.
- Bei den relativen Toleranzen erkennt man leider nicht direkt, ob damit im Beispiel die Streuung von **k_Feder** im Modell richtig berechnet wurde.

Man kann die statistischen Kennwerte solcher modell-interner Größen im *OptiY*-Experiment verfügbar machen, indem man für diese Werte Ausgangsgrößen in den Workflow einfügt und mit den entsprechenden Größen im Modell verknüpft:



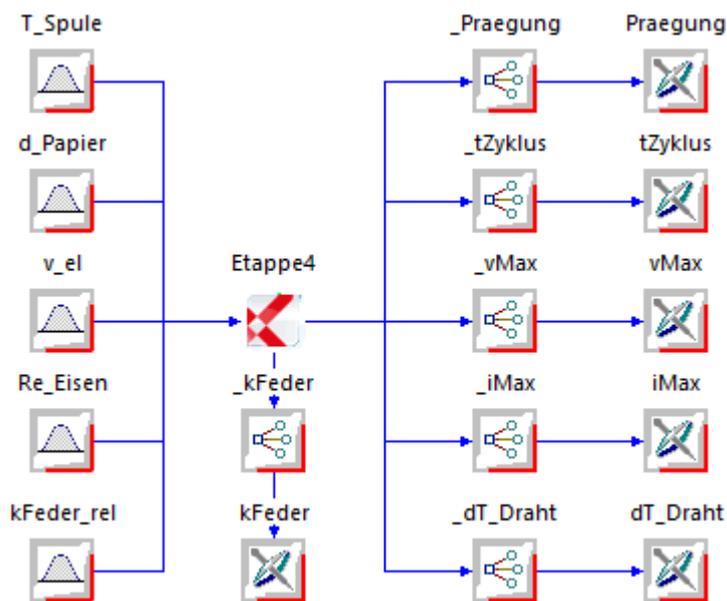
- Die Verteilungsdichte von Ausgangsgrößen kann im *OptiY* nicht direkt dargestellt werden!
- Deshalb ist als Workaround eine zusätzliche Restriktionsgröße erforderlich, deren Grenzwerte nie wirksam werden. Diese dient nur der Verifizierung unseres Toleranz-Modells, um sicherzustellen, dass aus der normierten Toleranz die richtigen Streubereiche berechnet werden.

Bewertungsgrößen

- Wir nutzen Restriktionsgrößen zur Überprüfung, ob alle Forderungen an den Antrieb eingehalten werden.
- Die berücksichtigten Streuungen haben keine Auswirkung auf die Abmessungen von Magnetkreis und Spule (d.h., auf **L_Magnet** und **d_Draht**).
- Für die Toleranz-Simulation können wir uns deshalb auf die folgenden Restriktionsgrößen beschränken:

1. **Praegung**
2. **tZyklus** (Obergrenze wie gefordert!)
3. **vMax**
4. **iMax**
5. **dT_Draht**

- Wir ergänzen im Workflow die erforderlichen Ausgangsgrößen und Restriktionen:

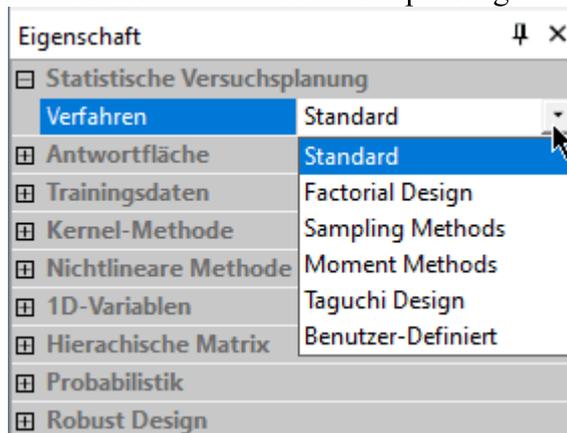


- Unter Berücksichtigung der richtigen physikalischen Einheit tragen wir die Grenzwerte für diese Restriktionsgrößen ein.

Versuchsplanung

Verwendet man innerhalb eines Experiment-Workflows mindestens eine Streuung als Entwurfsparameter, so wird anstatt einer einzelnen Nennwert-Simulation eine sogenannte probabilistische Simulation durchgeführt. Eine probabilistische Simulation (welche der Toleranz-Analyse einer Stichprobe entspricht) erfordert immer eine statistische Versuchsplanung:

- Die statistische Versuchsplanung beschreibt, wie die Exemplare einer Stichprobe im Rahmen des durch die Toleranzen erzeugten Streubereiches gewonnen werden.
- Exemplare einer Stichprobe sind dabei z.B. die mit einem Modell für diskrete Parameter-Konfigurationen berechneten Bewertungsgrößen oder unter vorgegebenen Bedingungen an realen Objekten gemessene Datensätze.
- Es existieren verschiedene Verfahren der statistischen Versuchsplanung:



- Die probabilistische Simulation beginnt immer mit der Abarbeitung des Versuchsplans. Im Ergebnis existiert eine Stichprobe in Form von Datensätzen für die einzelnen Exemplare.
- Ausgehend von diesen "Stützstellen"-Datensätzen erfolgt meist die Bildung einer Ersatzfunktion (auch Meta-Modell oder Antwortfläche genannt) für die Abhängigkeit der Bewertungsgrößen des untersuchten Objektes von den betrachteten Inputgrößen im Streubereich.
- Das Meta-Modell ist dann die Grundlage für den "Virtuellen Entwurf" zur Berechnung der gewünschten probabilistischen Ergebnisse, welche nicht direkt aus der Stichprobe gewonnen werden können.

Im Rahmen dieser Übungsetappe werden wir zwei Methoden der Versuchsplanung im Vergleich anwenden (Sample- und Moment-Methode):

- Die Details zu den beiden anzuwendenden Verfahren der probabilistischen Simulation werden in den folgenden Abschnitten behandelt.
- Vorläufig verändern wir noch nicht das voreingestellte Standard-Verfahren.



Sample-Methoden (Überblick)

"Sample" ist der englische, auch im Deutschen gebräuchte Begriff für eine **Stichprobe**. Bei den Sampling-Verfahren der probabilistischen Simulation handelt es sich um stochastische Simulationen mit Zufallszahlen.

Jedes Modell-Exemplar innerhalb der zu simulierenden Stichprobe erhält einen eigenen Parameter-Satz. Die Parameter jedes Modell-Exemplars werden aus den aktuellen Nennwerten (Toleranzmittenwert) und einer "erwürfelten" Abweichung vom Mittenwert entsprechend der zugeordneten Verteilungsdichte-Funktionen ermittelt. Die Anzahl der zu simulierenden Modell-Exemplare entspricht dem Stichprobenumfang. Aus allen Simulationsläufen erhält man die Gesamtverteilung der Ausgangsgrößen (Restriktionen und Gütekriterien).

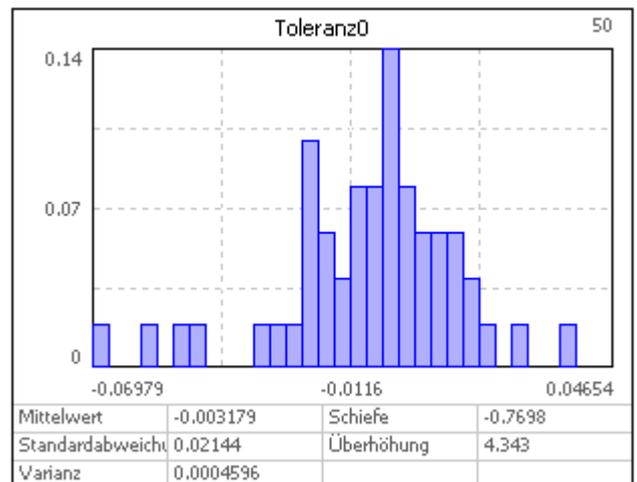
Dadurch kann man sich eine aufwändige und problemabhängige Herleitung der partiellen Ableitungen z.B. einer komplexen Toleranzkette ersparen. Mit der Sample-Methoden kann man beliebige Toleranzverteilung simulieren. Die Genauigkeit des Verfahrens hängt entscheidend von der Anzahl der Modelldurchrechnungen (Stichprobenumfang) ab, die leider exponentiell zu der Anzahl der Toleranzen steigen muss. Diese Methode ist mit einem hohen Rechenaufwand verbunden, jedoch universell einsetzbar.

In OptiY sind mehrere unterschiedliche Verfahren implementiert. Diese unterscheiden sich vor allem dadurch, wie "intelligent" die Exemplare innerhalb einer Stichprobe "erwürfelt" werden.



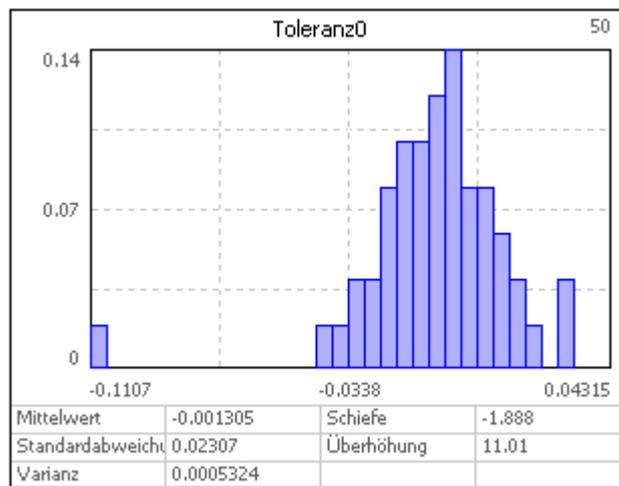
Monte Carlo Sampling

- Bei der **Monte-Carlo-Simulation** wird über die gesamte Toleranzbreite mit "echten" Zufallszahlen "gewürfelt".
- Der erforderliche Stichprobenumfang N für eine angestrebte "saubere" Verteilungsfunktion der Toleranzgrößen ist deshalb relativ hoch!
- Erst bei einer Stichprobengröße von ca. N=1 000 000 konvergiert der Fehler dieser Toleranzsimulation gegen Null!
- Bei N=50 wird eine Normalverteilung z.B. nur ungenau nachgebildet (Bild rechts).



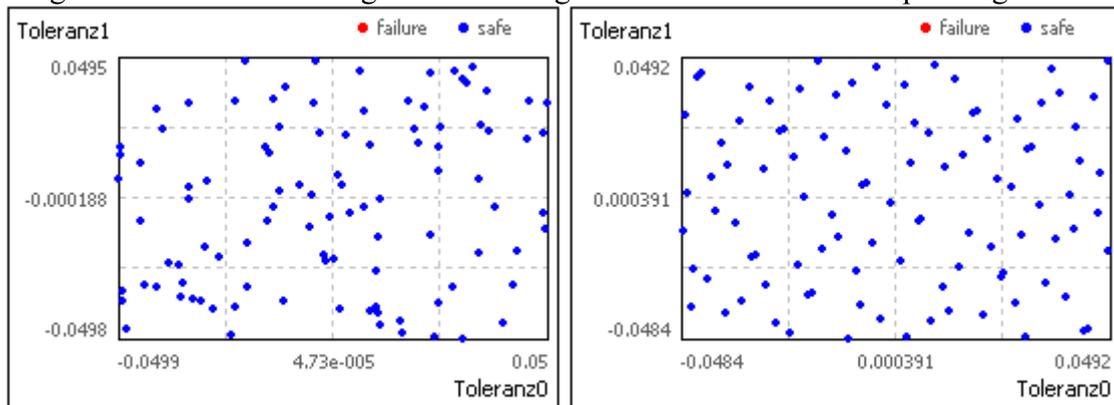
Latin Hypercube Sampling

- Im Unterschied zum klassischen "Monte Carlo Sampling" wird beim **Latin Hypercube Sampling** die gesamte Toleranzbreite eines streuenden Parameters in Teilintervalle zerlegt.
- Jedes Teilintervall wird je nach vorgegebener Verteilungsfunktion mit Zufallszahlen gefüllt.
- Deshalb wird eine "saubere" Verteilungsfunktion mit relativ kleinem Stichprobenumfang erreicht (Beispiel Normalverteilung N=50):



Sobol Sampling

- Das Verfahren nutzt im Unterschied zur "reinen" Monte-Carlo-Simulation (1. Bild) eine **Quasi-Zufallszahlen-Sequenz** (2. Bild).
- Durch Ausnutzung von Symmetriebeziehungen erfolgt eine gleichmäßigere Verteilung der Punktwolke im Parameterraum.
- Damit benötigt das Verfahren für die gleiche Genauigkeit nur ca. 1/10 der Stichprobengröße:



Response Surface Methode (Virtuelle Stichprobe)

Als direktes Ergebnis der Stichproben-Simulation mittels Sampling-Methode liegt eine Punktwolke vor, welche die Verknüpfung zwischen den streuenden Entwurfsparametern und den Ergebnisgrößen (Gütekriterien, Restriktionen) repräsentiert:

- Geht man davon aus, dass zwischen den Parametern und Ergebnisgrößen ein stetiger funktioneller Zusammenhang besteht, so kann man diesen durch eine Approximationsfunktion abbilden.
- Im OptiY werden drei Verfahren für die Approximation bereitgestellt: **Polynomial**, **Gauss Prozess** und **Adaptiver Gauss Prozess**.
- Wir nutzen in dieser Übung die standardmäßig eingestellte *Polynomiale Approximation*. Damit können **Polynome** beliebiger Ordnung als Approximationsfunktion für jede Ergebnisgröße verwendet werden:

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

- Durch Anwendung der **Methode der kleinsten Fehlerquadrate** werden die Parameter der Polynome so bestimmt, dass die Approximationsfunktionen möglichst gut in die Punktwolke der "gesampelten" Stichprobe passen.
- Die minimal erforderliche Anzahl der Modellberechnungen **M** (=Stichprobengröße) ergibt sich aus der Anzahl **n** der stochastischen Variablen und der gewählten Ordnung **O** der Polynom-Funktion zu

$$M = (n^2 - n) / 2 + O * n + 1$$

Die mittels dieser Ausgleichsrechnung ermittelten Ersatzfunktionen (ein Polynom pro Ergebnisgröße), kann man in der statistischen Auswertung als Grundlage für eine "virtuelle Stichprobe" benutzen. Man spricht auch von der "Response Surface Methode" (RSM), weil die Ersatzfunktionen wie Flächen über dem Parameter-Raum aufgespannt sind. Diese Funktionsflächen liefern ersatzweise die Systemantwort für die eingespeiste Parameter-Kombination.

- **Vorteil**

- Auf die Ersatzfunktionen können die gleichen Sample-Methoden angewandt werden, wie zuvor auf das Originalmodell.
- Der Umfang einer virtuellen Stichprobe kann sehr groß gewählt werden, da die Ersatzfunktionen um Größenordnungen schneller als die Originalmodelle rechnen.
- Damit können statistischen Aussagen zu den Ersatzfunktionen praktisch mit beliebiger Genauigkeit gewonnen werden.

- **Nachteil**

- Eigentlich interessieren den Anwender nicht die Aussagen zur Ersatzfunktion, sondern die Eigenschaften des zu untersuchenden Originals. Die Genauigkeit der statistischen Aussagen in Bezug auf das Originalmodell wird überwiegend durch die Genauigkeit der Approximationsfunktionen bestimmt.
- Die **Residuen** der Ausgleichsrechnung für eine vorliegende Stichprobe zeigen nur, wie genau die die Ausgleichsfläche in die vorhandene Punktwolke passt.
- Informationen zur Genauigkeit der Ausgleichsfläche in den Zwischenräumen der Punktwolke sind mit dem Polynom-Ansatz nicht zu gewinnen.
- Es ist somit schwierig, statistisch gesicherte Aussagen zum Originalmodell für kleine Fehlerintervalle zu erhalten.

Hinweis:

- Man darf nie vergessen, dass ein Originalmodell auch nur ein fehlerbehafteter Ersatz für das eigentlich zu untersuchende Original darstellt.
- Modellbasierte statistische Aussagen im Promille-Bereich sind in Bezug auf das Original immer sehr skeptisch zu betrachten!
- Die *Response Surface Methode* erzeugt hier eine weitere Modell-Hierarchie im Experimentierprozess.

← →

Abgerufen von „http://index.php?title=Software:_SimX_-_Nadelantrieb_-_Probabilistik_-_Sample-Methoden&oldid=28061“

Software: SimX - Nadelantrieb - Probabilistik - Latin-Hypercube

Aus OptiYummy

↑

← →

Latin Hypercube (Experimente)

Wichtig: Falls es noch nicht geschehen ist - man muss **Simulation als Optimierungsverfahren** wählen!

□

Versuchsplanung

Das "Latin Hypercube Sampling" ist ein geeignetes Zufallsverfahren, um in unserem Beispiel mit akzeptablem Berechnungsaufwand hinreichend genaue und anschauliche Ergebnisse zu erhalten:

- Im *OptiY* ist das voreingestellte Standard-Verfahren als "Latin Hypercube Sampling" konfiguriert.
- Wählen wir als Verfahren manuell die "Sampling Methode", so werden zusätzlich der standardmäßige Stichproben-Umfang und die Konfiguration des Zufallsgenerator sichtbar:

Eigenschaft	
Statistische Versuchsplanung	
Verfahren	Sampling Methods
Parameter	Latin Hypercube
Stichprobenumfang	50
Zufallsgenerator	Initialisiert
Zusatzdaten	

Leider wird sogar bei dem voreingestellten Standard-Verfahren der Anwender mit einer Vielzahl von Konfigurationsmöglichkeiten konfrontiert, welche nur in speziellen Szenarien erforderlich sind. Wir möchten nur eine Toleranzanalyse für wenige Streuungen auf der Basis von Modellberechnungen durchführen. Deshalb werden im Folgenden alle Eingabefelder minimiert, deren Parameter dafür nicht nötig sind:

Statistische Versuchsplanung	
Verfahren	Sampling Methods
Parameter	Latin Hypercube
Stichprobenumfang	50
Zufallsgenerator	Initialisiert
Zusatzdaten	
Antwortfläche	
Adaptives Sampling	<input type="checkbox"/>
Trainingsdaten [%]	100
Messdaten	
Trainingsdaten	
Kernel-Methode	
Nichtlineare Methode	
1D-Variablen	
Hierarchische Matrix	
Probabilistik	
Virtueller Stichprobenumfang	0
Verteilungsraster	50
Robust Design	

Die minimierten (hier nicht benötigten) Eingabefelder konfigurieren folgende Aspekte:

- **Trainingsdaten:** Auswahlmethode für Menge der Trainingsdaten für das Meta-Modell, wenn nicht alle Modellabtastungen für die Identifikation dieser Ersatzfunktion verwendet werden.
- **Kernel-Methode:** ermöglicht es durch Transformationen von Datensätzen in höher dimensionale Räume, "ähnliche" Datenpunkte durch lineare Funktionen in Cluster zu separieren (z.B. erforderlich bei Meta-Modellen mit Cluster-Bildung)
- **Nichtlineare Methode:** wie die Kernel-Methode ein Ansatz des maschinellen Lernens, allerdings mit nichtlinearen Funktionen zur Cluster-Bildung.
- **1D-Variable:** 1D-Variable sind spezielle Daten-Elemente, welche anstatt einzelner Werte dynamische Signale in der Form von $Y=f(X)$ enthalten.
- **Hierarchische Matrix:** Konfiguration der Matrixberechnung auf einen GPU bei großen Datenmengen.
- **Robust Design:** Konfiguration der probabilistischen Optimierung unter Nutzung des Meta-Modells

Wir werden uns in dieser Übungsetappe auf das Verstehen der Grundlagen der Sample-Methode konzentrieren. Deshalb beschränken wir uns auf Polynom-Funktionen als einfachsten Ansatz für ein Meta-Modell:

- Die minimal erforderliche Anzahl der Modellberechnungen M (=Stichprobenumfang) ergibt sich aus der Anzahl n der stochastischen Variablen und der gewählten Ordnung O der Polynom-Funktion zu $M=(n^2-n)/2+O*n+1$.
- Wir werden für die Ersatzfunktionen Polynome 2. Ordnung benutzen. Damit benötigt man im Beispiel bei 5 Streuungen minimal $M=21$ Modellberechnungen.
- Da das Polynom 2. Ordnung nicht exakt die wirkliche Übertragungsfunktion im Streubereich nachbildet, muss mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate eine optimal zu den Datenpunkten passende Ausgleichsfunktion gefunden werden.
- Die Genauigkeit der ermittelten Polynom-Ausgleichsfunktion steigt mit der Anzahl der verfügbaren Datenpunkte.

Konfiguration der "realen" und "virtuellen" Stichprobe:

- Ein **Stichprobenumfang=100** für die Gewinnung der "realen" Datensätze ist im Beispiel ein guter Kompromiss zwischen Berechnungsaufwand und Genauigkeit.
- Entscheidend für die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse ist die Konfiguration des Zufallszahlengenerators. Dieser produziert nach seiner Initialisierung immer die gleiche Sequenz von Zahlen. Indem man den Zeitpunkt der Initialisierung steuert, kann man unterschiedliche Effekte erzielen:
 1. **Initialisiert**
Bewirkt eine Initialisierung mit dem Wert=1 beim Start einer jeden neuen Toleranz-Simulation, d.h. für die Berechnung jeder neuen Stichprobe. Bei gleichen Nennwerten erhält man also bei der Berechnung jeder Stichprobe exakt die gleichen Simulationsergebnisse.
 2. **Zeitabhängig initialisiert**
Bewirkt eine Initialisierung mit einem Wert=f(Maschinenzeit) beim Start einer jeden neuen Toleranz-Simulation. Damit sind die Ergebnisse auch bei gleichen Nennwerten von Simulation zu Simulation unterschiedlich, weil der Startpunkt des Zufallszahlengenerators zeitabhängig ist. Dies widerspiegelt sicher am besten die praktisch mögliche Bandbreite von Stichproben-Ergebnissen und wird deshalb gewählt!
 3. **Nicht initialisiert**
Bewirkt eine einmalige Initialisierung mit dem Wert=1 beim Start des Programms *OptiY*. Startet man danach ein gespeichertes Experiment, so erzielt man damit immer die gleichen Ergebnisse. Damit lassen sich Toleranzbehaftete Experimente zu unterschiedlichen Zeiten auch auf unterschiedlichen Computern reproduzieren. Da die Zufallszahlen von allen vorhergehenden Vorgängen abhängig sind, erfordert eine Experiment-Reproduktion jedoch immer den vorherigen Neustart von *OptiY*!
- Die gewählte Initialisierungsart für den Zufallszahlengenerator wirkt auch für die "virtuelle" Stichprobe.
- Ein **Virtueller Stichprobenumfang=200000** auf der aus der Approximationsfunktion gebildeten Antwortfläche ist ein guter Kompromiss zwischen Berechnungszeit und statistischer Genauigkeit.
- Das **Verteilungsraster=50** definiert, wie eckig bzw. geglättet die probabilistischen Ergebnisse grafisch dargestellt werden (z.B. die Verteilungsdichtefunktionen).

☐ Statistische Versuchsplanung	
Verfahren	Sampling Methods
Parameter	Latin Hypercube
Stichprobenumfang	100
Zufallsgenerator	Zeitabhängig Initialisiert
Zusatzdaten	
☐ Antwortfläche	
Adaptives Sampling	<input type="checkbox"/>
Trainingsdaten [%]	100
Messdaten	
☑ Trainingsdaten	
☑ Kernel-Methode	
☑ Nichtlineare Methode	
☑ 1D-Variablen	
☑ Hierarchische Matrix	
☐ Probabilistik	
Virtueller Stichprobenumfang	200000
Verteilungsraster	50
☑ Robust Design	

Approximationsfunktion:

- Die Auswahl der Approximationsfunktionen ("Antwortflächen") für die Durchführung der virtuellen Stichprobe ist eigentlich Bestandteil der Versuchsplanung.
- Für jede Bewertungsgröße des Modells (Restriktion bzw. Gütekriterium) kann jedoch eine individuelle Approximationsfunktion gewählt werden.
- Deshalb erfolgt für jede Bewertungsgröße getrennt die Wahl der Approximation. Im Beispiel wählen wir für alle Restriktionen einheitlich **Polynomiale Approximation** mit der **Ordnung=2**.
- **Polynom-Typ = Einheitliche Ordnung** bedeutet dabei die Verwendung der gleichen Polynomordnung in Richtung der Koordinatenachse jeder Streuung. Die unterschiedliche Wirkung einer Streuung auf eine Restriktionsgröße könnte man auch durch unterschiedliche Polynomordnungen in jede Streuungsrichtung berücksichtigen.
- Standardmäßig werden alle Parameter (=Streuungen) in die Approximation der Ersatzfunktion einbezogen → im Beispiel:
 $dT_Draht = f(T_Spule, d_Papier, v_el; Re_Eisen, kFeder_rel)$

☐ Restriktion Daten	
Name	dT_Draht
Einheit	K
Kommentar	Temp.erhöhung Dauerbetrieb
☐ Werte	
Untergrenze	0
Obergrenze	40
Gewichtsfaktor	1
Cluster-Methode	Kein Cluster
Approximation	Polynom
Typ	Regression
Alle Parameter einbeziehen	<input checked="" type="checkbox"/>
☐ Polynom	
Polynom-Typ	Einheitliche Ordnung
Polynomordnung	2
Niedrigrang-Approximation	Full Matrix

Hinweis:

- Mit diesem quadratischen Ansatz können auch monotone Krümmungen im betrachteten Bereich des Parameterraumes nachgebildet werden.
- Es muss hier nur der sehr kleine Streubereich um die Toleranzmittenwerte nachgebildet werden. Die globalen Nichtlinearitäten des Originalmodells spielen dabei meist keine Rolle!

Visualisierung und Interpretation

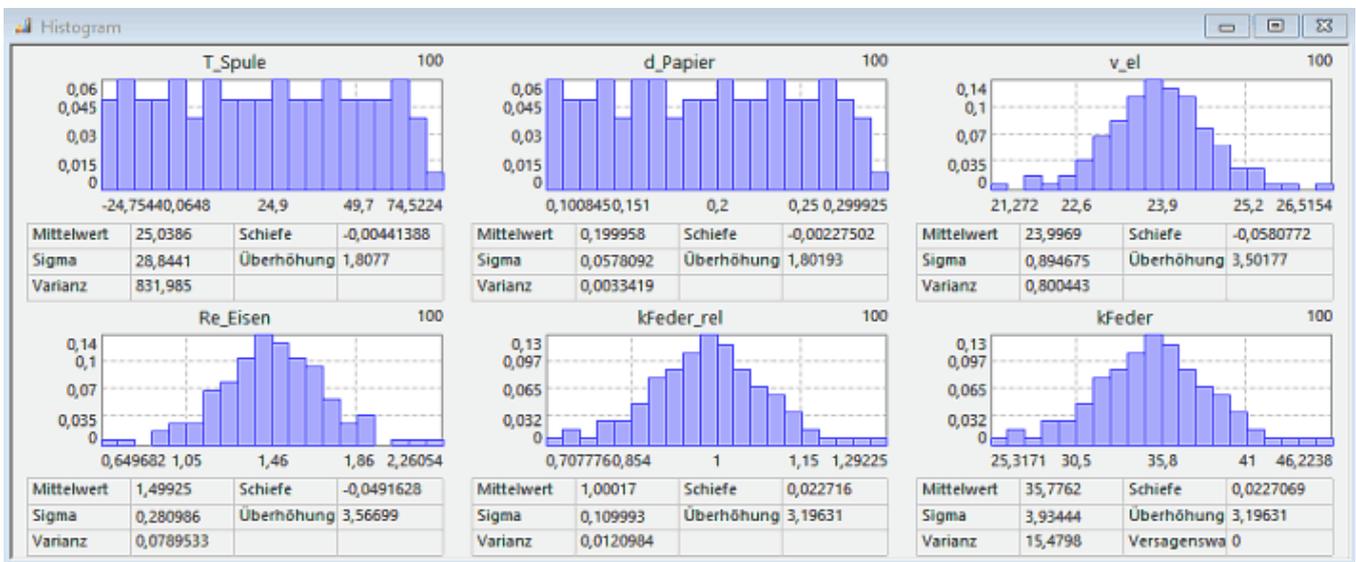
Bei der Nutzung von Sample-Verfahren kann man bereits während der Simulation den Verlauf des Experiments beobachten:

- Dazu bildet man in **Histogrammen** die interessierenden streuenden Parameter und die daraus berechneten Bewertungsgrößen ab (*Analyse > Statistische Versuchsplanung > Histogramme* mit anschließendem **Drag&Drop** der darzustellenden Größen).
- Wie in der Realität wird nach dem Start der Simulation aus der gesamten Stichprobe ein Modell-Exemplar nach dem nächsten untersucht.
- Die generierten Histogramme der streuenden Parameter und die Ergebnisgrößen werden nach jedem einzelnen Simulationslauf aktualisiert.
- Die Ergebnisse der Stichproben-Simulation werden umso genauer, je weiter man innerhalb der Stichprobe voranschreitet.

Streuende Parameter

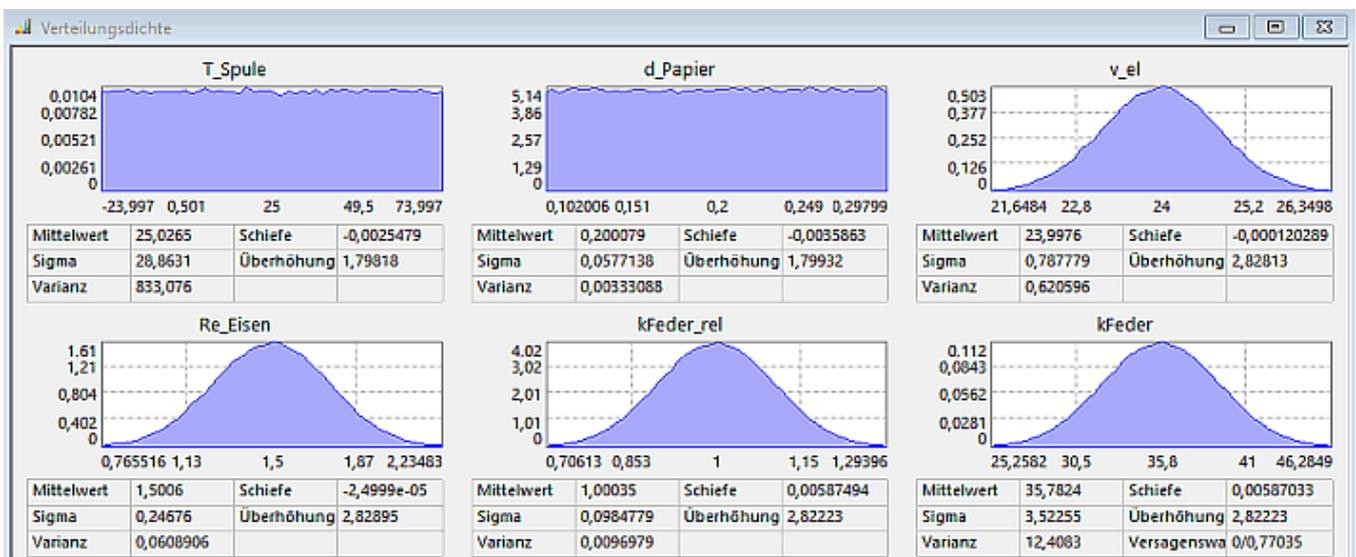
Zusätzlich zu den Streuungen wurde als Ergänzung zur normierten Feder-Toleranz **kFeder_rel** die daraus berechnete absolute Feder-Toleranz **kFeder** (Restriktionsgröße ohne Wirkung) als Histogramm abgebildet:

- In den Histogrammen kann man überprüfen, ob die Streuungen sich in den vorgesehenen Grenzen bewegen.
- Dabei muss man beachten, dass es für Normalverteilungen keine festen Grenzen gibt und einige Exemplare der Stichprobe außerhalb der vorgegebenen Grenzen liegen können!
- Im Verlaufe der Berechnung kann man qualitativ beurteilen, ob der "reale" Stichproben-Umfang für eine "saubere" Verteilungsdichte ausreicht.
- In den Histogrammen werden nur die Modellberechnungen der "realen" Stichprobe dargestellt:



Unmittelbar nach der Simulation der "realen" Stichprobe werden die Übertragungsfunktionen (Antwortflächen) der Bewertungsgrößen auf Basis der gewählten Approximationsfunktionen berechnet. Mit diesem Ersatzmodell erfolgt dann die Simulation der "virtuellen" Stichprobe:

- Die Punkte der realen Stichprobe werden bei der Auswertung der virtuellen Stichprobe zusätzlich berücksichtigt. Die darin enthaltene Information geht somit nicht verloren.
- Infolge des extremen Stichprobenumfanges (im Beispiel 200 000) ist es möglich, auch für die streuenden Parameter "geglättete" Verteilungsdichtefunktionen zu generieren.
- Für die Bewertungsgrößen liegen im Ergebnisse der virtuellen Stichprobe ebenfalls die Verteilungsdichtefunktionen vor. Somit können wir jetzt auch die absolute Verteilungsdichte der Federsteife darstellen.
- In Analogie zu den Histogrammen öffnen wir alle zugehörigen Verteilungsdichte-Darstellungen (*Analyse > Probabilistik > Verteilungsdichte*):

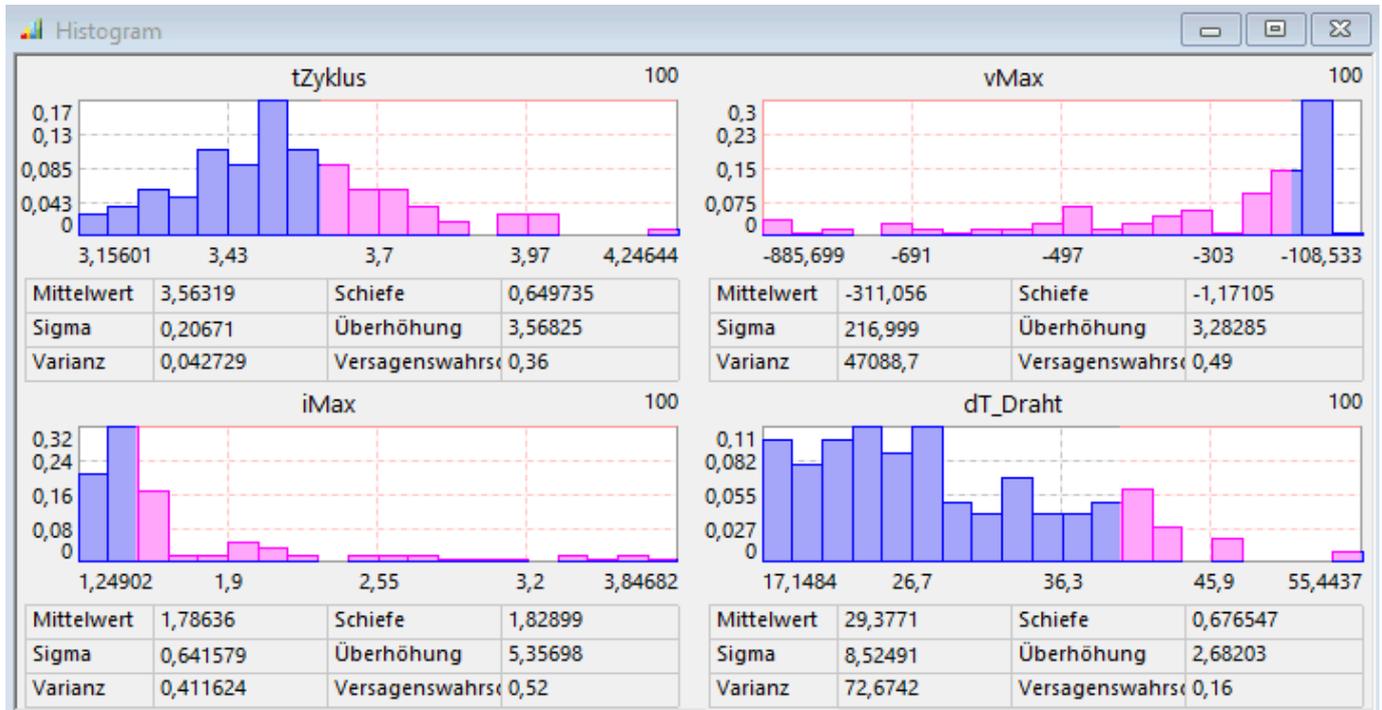


- Man kann die Werte der Verteilungsdichtefunktionen nicht direkt mit den Y-Werten der zugehörigen Histogramme vergleichen, welche direkt aus der realen Stichprobe gewonnen wurden. Bei den Histogrammen kann man an der Y-Achse ablesen, wie groß die relative Häufigkeit (0..1) innerhalb eines Rechteck-Balkens ist. Diese Werte sind abhängig von der gewählten Balkenzahl.
- Die statistischen Momente beider Diagramm-Typen kann man jedoch direkt miteinander vergleichen.
- Bei diesen statistischen Kenngrößen gibt es Abweichungen zwischen der realen und der virtuellen Stichprobe. Die Größe der Abweichungen wird im Wesentlichen durch den Umfang der realen Stichprobe bestimmt. Letztendlich bestimmt diese das Vertrauensintervall der statistischen Aussagen!

Restriktionen

Hinweis: Im *OptiY* werden Ersatzfunktionen (Antwortflächen) nur für die Bewertungsgrößen approximiert. Für alle anderen Ergebnisgrößen (z.B. Ausgangsgrößen) des Experiment-Workflows stehen nur die Werte der "realen" Stichprobe zur Verfügung. Deren Streuung kann man deshalb nur in Histogrammen darstellen.

Man erkennt in den Histogrammen der Restriktionsgrößen schon während der Stichproben-Berechnung, in welchem Maße Restriktionen verletzt werden. Kritisch sind im Beispiel die Abschaltspannungen, welche im Beispiel über **800 V** erreichen und wahrscheinlich zusammen mit Stromspitzen von ca. **4 A** auftreten:



Histogramm-Eigenschaften:

- Man kann mehrere Histogramme in einem Histogramm-Fenster darstellen.
- Die X-Achse ist standardmäßig in 50 Bereiche (Balken) aufgeteilt.
- Die Höhe der Balken repräsentiert auf der Y-Achse die anteilige Häufigkeit der Stichprobenpunkte im jeweiligen Intervall.
- Weitere Informationen wie **Mittelwert**, **Schiefe**, **Überhöhung**, **Varianz** und **Standardabweichung** stehen zur Verfügung.
- Bei Restriktionen wird auch die Teil-Versagenswahrscheinlichkeit bezüglich der dargestellten Restriktionsgröße angezeigt.
- Bereiche mit Restriktionsverletzungen werden markiert.

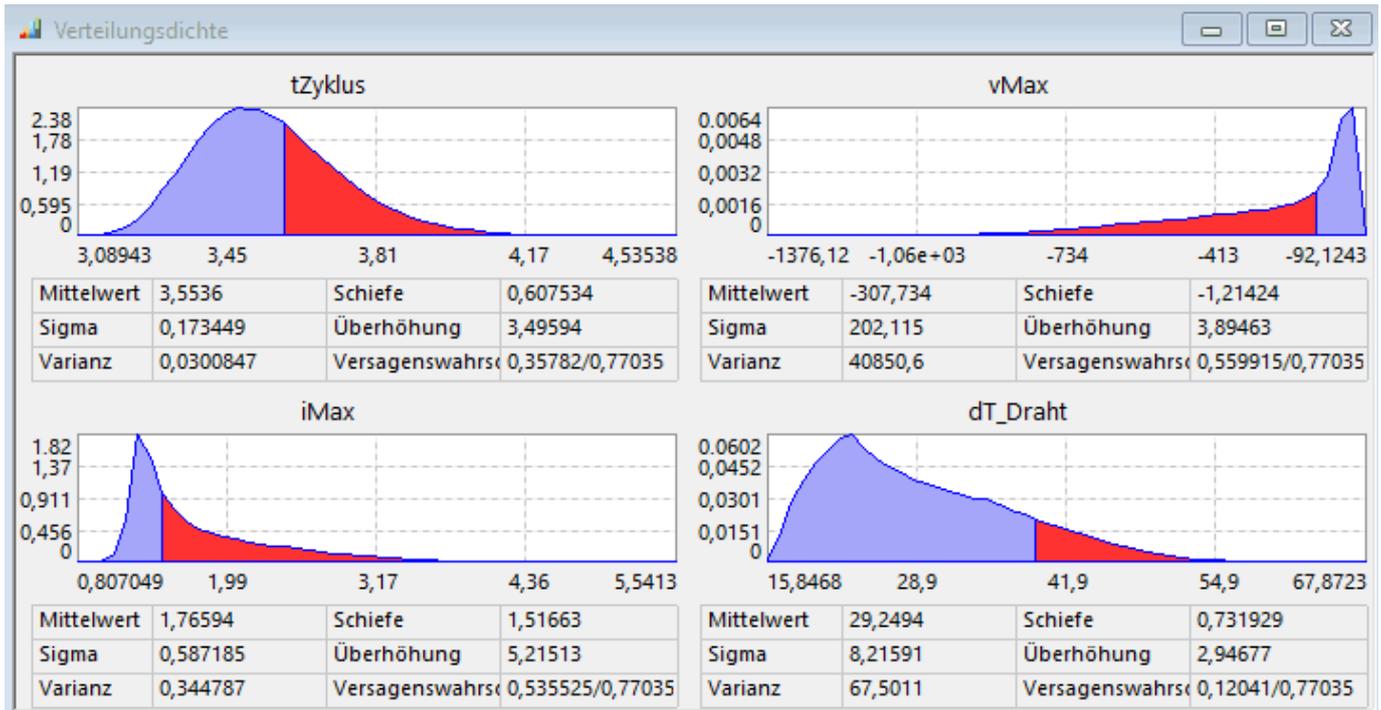
Wählt man mit dem Cursor ein Histogramm aus, so erscheinen die Histogramm-Eigenschaften im Eigenschaftsfenster:

Eigenschaft	
Histogramm	
Name	vMax
Dichte als Y-Achse	Wahr
Farbe	0; 0; 255
Anzahl der Balken	20
Auto-Skalierung	<input checked="" type="checkbox"/>

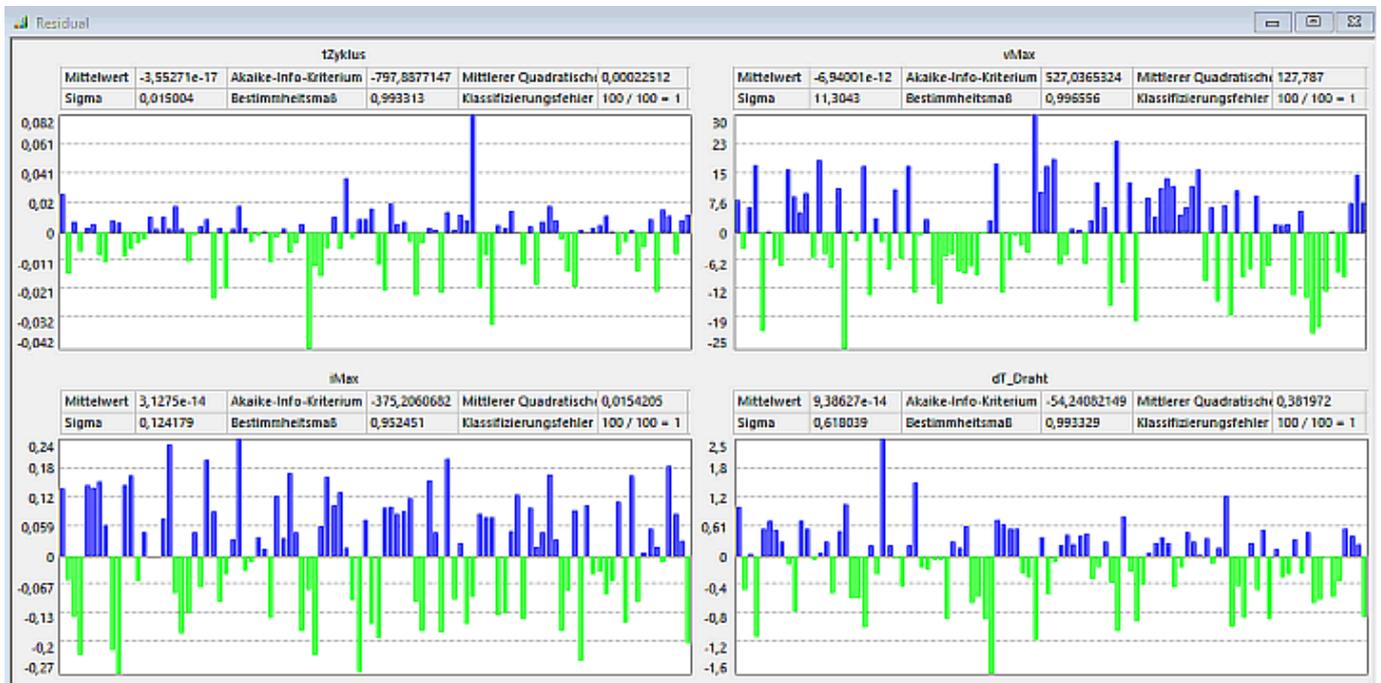
- Die Eigenschaften beziehen sich auf alle Histogramme des gewählten Histogramm-Fensters, auch wenn der Name eines konkreten Histogramms angezeigt wird.
- Man kann die Anzahl der Balken verändern. Wählt man *Dichte als Y-Achse=False*, so wird die Anzahl der im einzelnen Balken enthaltenen Stichproben-Exemplare angezeigt.

- Die Grenzen der X-Achse werden standardmäßig durch *Auto-Skalierung=Wahr* ermittelt. Wählt man *Auto-Skalierung=Falsch*, so kann man die Grenzen (Min, Max) für das gewählte Histogramm manuell einstellen.

Auch bei den Verteilungsdichten der Restriktionen sind Bereiche mit unzulässigen Werten markiert. So erhält man einen qualitativen Eindruck, in welchem Maße Restriktionen verletzt werden. Zusätzlich steht der Wert der Teilversagenswahrscheinlichkeit unterhalb der Grafik zusammen mit der Gesamtversagenswahrscheinlichkeit:



Wie exakt die Approximationsfunktionen der Ausgangsgrößen an die Punkte der realen Stichprobe angepasst wurden, kann man mittels der Residual-Diagramme überprüfen (*Analyse > Antwortflächen > Residuum Plot* - Drag&Drop der Restriktionen/Gütekriterien):

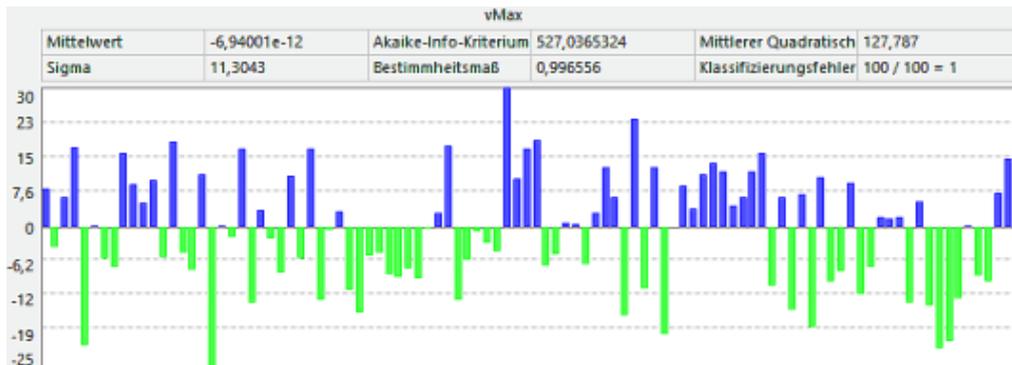


- Residuen sind absolute Differenzen zwischen den Werten der realen Stichprobe (Simulationsergebnisse) und den aus der Approximationsfunktion (hier Polynom 2.Ordnung) für den gleichen Punkt berechneten Werten. Die Residuen sind somit ein Maß für die Qualität der Approximation.
- Entscheidend sind nicht die Absolutwerte der Residuen, sondern die relativen Fehler in Bezug auf die Originalwerte der Stützstellen. Wobei natürlich berücksichtigt werden sollte, an welchen Stellen der Ersatzfunktion die größten Fehler auftreten.
- Die größten Fehler treten meist an Stellen stark nichtlinearer Abhängigkeiten auf. Im Beispiel ist dies der Abschaltvorgang, welcher unter ungünstigen Bedingungen zu extremen Spannungsspitzen führen kann.

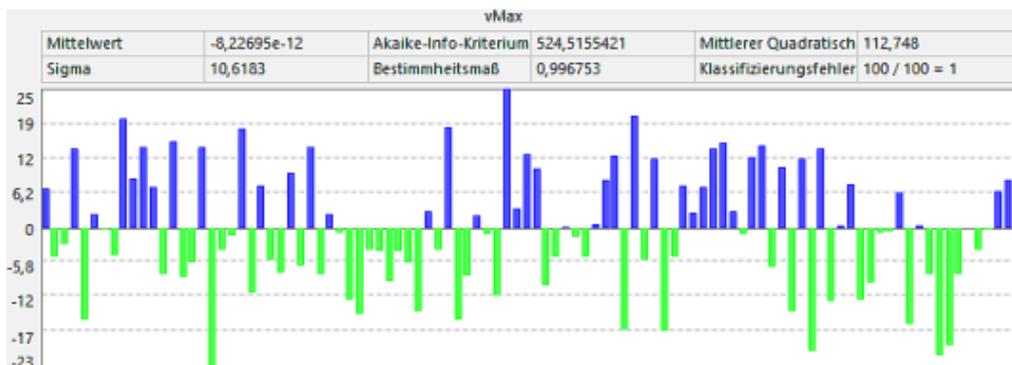
Unabhängig von der Größe der Restfehler sollte man überprüfen, ob Polynome höherer Ordnung eine bessere Approximation an den kritischen Stellen erzeugen. Der Aufwand dafür ist gering, wenn die reale Stichprobe hinreichend groß auch für höhere Polynom-Ordnungen war:

- Nach Erhöhung der Polynom-Ordnung von 2 auf 3, sind nicht nur monotone Krümmungen der Ersatzfunktion möglich, sondern auch Wendepunkte sowie lokal steilere Anstiege.
- Im Beispiel genügt die Erhöhung der Ordnung für die bisher in den Diagrammen betrachteten vier Restriktionsgrößen.
- Unter Nutzung der vorhandenen realen Stichprobe kann man auf "Knopfdruck"  sofort die Antwortflächen neu berechnen lassen.
- Beispielhaft sollen anhand der Residuen von vMax die Auswirkungen für die Polynom-Ordnungen 2, 3 und 4 verglichen werden:

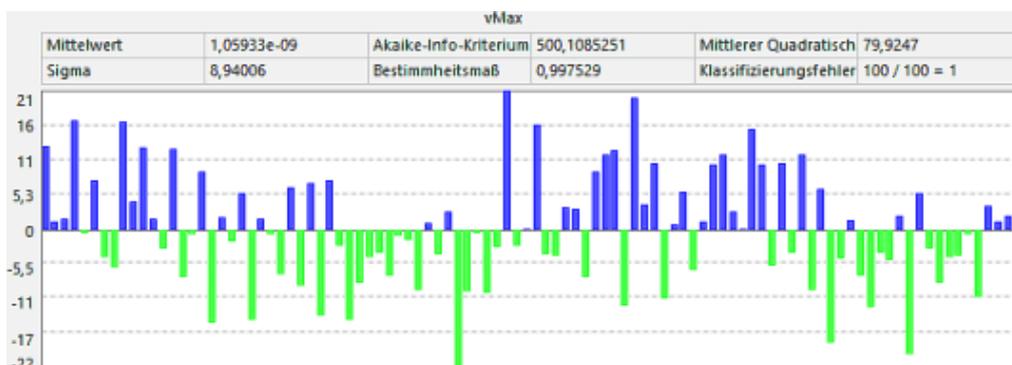
Polynom-Ordnung 2:



Polynom-Ordnung 3:



Polynom-Ordnung 4:



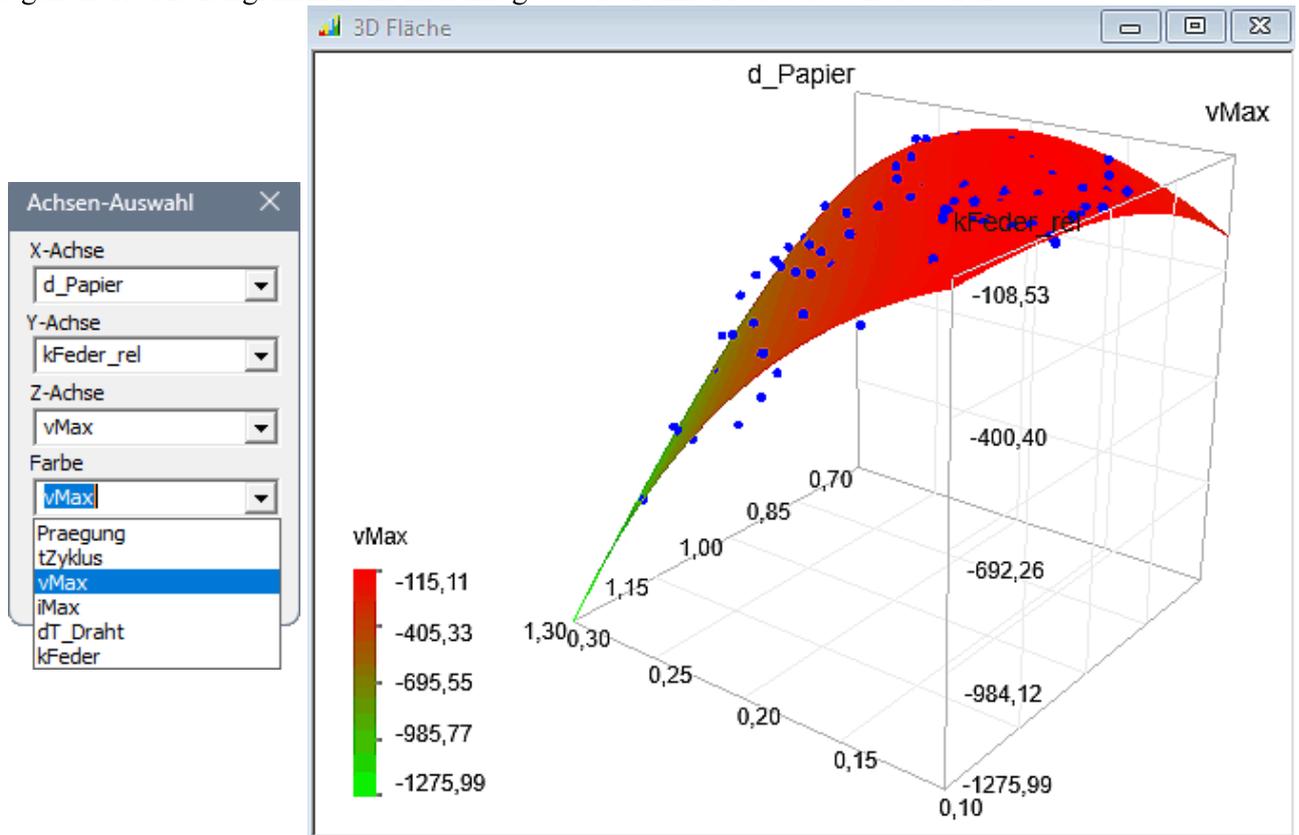
- Die Erhöhung der Polynom-Ordnung von 2 auf 3 bringt insbesondere für die "Ausreißer" eine sichtbare Verbesserung.
- Weitere Erhöhungen der Polynom-Ordnung ändern qualitativ wenig, erhöhen jedoch die Gefahr der Überanpassung durch "Welligkeiten".

Im Beispiel werden wir die **Polynom-Ordnung** für alle Restriktionsgrößen einheitlich auf den **Wert=3** erhöhen, um eine etwas verbesserte Anpassung zu erhalten! Zur Aktualisierung aller Ergebnisse des Experiments mit dieser neuen Polynom-Ordnung sind folgende Schritte erforderlich:

1.  **Analyse > Antwortflächen > Neu Berechnen**
2.  **Analyse > Sensitivität > Neu Berechnen**
3.  **Analyse > Probabilistik > Neu Berechnen**

Wir haben bisher die Qualität der Ersatzfunktion nur auf Grundlage der Residuen bewertet, d.h., wie gut diese Ausgleichsfunktion die vorhandenen Datenpunkte der Stichprobe trifft:

- Wir werden später noch unterschiedliche Diagramm-Typen behandeln, welche ein Gefühl für das qualitative "Aussehen" der Ersatzfunktionen vermitteln können.
- Hier handelt es sich jeweils um Funktionen im 6-dimensionalen Raum (Funktionen von jeweils 5 variablen Parametern).
- Am Beispiel von **vMax** generieren wir ein 3D-Diagramm, welches nur die 2 einflussreichsten Variablen berücksichtigt (das sind voraussichtlich **Papierdicke** und **Federtoleranz**).
- **Analyse > Antwortflächen > 3D Fläche** mit entsprechender Achsenwahl.
- Das generierte 3D-Diagramm kann man mit gedrückter linker Maustaste frei drehen:



- Nach Klick auf das Diagramm erscheint das zugehörige Eigenschaftsfeld, in dem man zusätzlich als Stützstellen die Trainingsdaten einblenden kann:

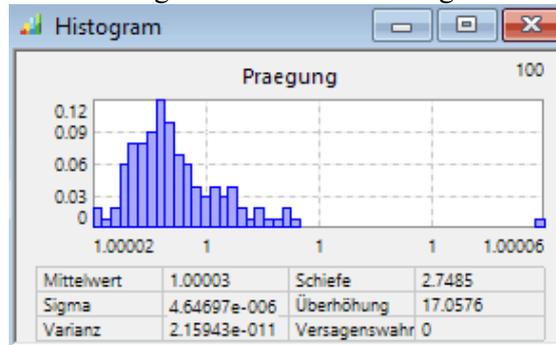
Eigenschaft	
Antwortfläche	
Rahmen	<input checked="" type="checkbox"/>
Linien	<input checked="" type="checkbox"/>
Fläche	<input checked="" type="checkbox"/>
Legende	<input checked="" type="checkbox"/>
Aktueller Wert	<input type="checkbox"/>
Stützstellen	Training
Radius	5
Farbe	■ 0; 0; 255
Max-Farbe	■ 255; 0; 0
Min-Farbe	■ 0; 255; 0
Gleitkommastelle	2
E-Format	<input type="checkbox"/>
Rasterpunkte	20
Auto-Skalierung	<input checked="" type="checkbox"/>

- Im 3D-Diagramm erkennt man deutlich, dass der Extremwert der Abschaltspannung aus dem gleichzeitigen Auftreten von dickstem Papier und steifster Rückholfeder resultiert.

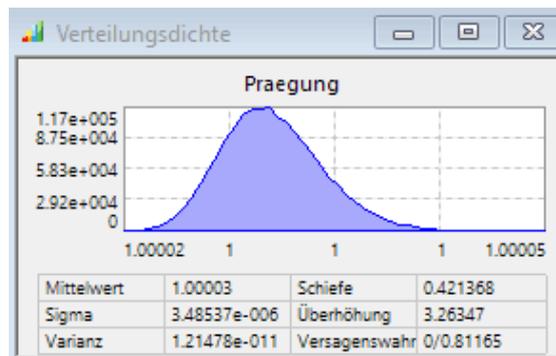
- Die berechneten Punkte der realen Stichprobe (Trainingsdaten) liegen nicht exakt auf der Ersatzfunktion. Die sichtbaren Abstände entsprechen jedoch nicht direkt den Werten der Residuen, da es sich um Projektion aus dem 6- in den 3-dimensionalen Raum handelt (der dann noch auf eine 2D-Fläche abgebildet wird).

Die **Praegung als Restriktionsgröße** wurde bewusst nicht in die vorherigen Ergebnis-Fenster aufgenommen:

- Auf den ersten Blick scheint es sich um eine ganz normale Verteilungsdichtefunktion zu handeln:



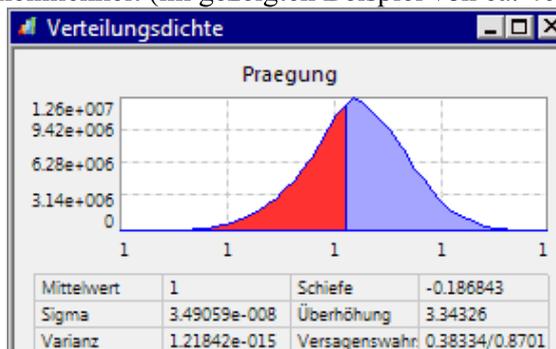
- Beim genaueren Betrachten der statistischen Kenngrößen sieht man, dass hier die numerische Realisierung des plastischen Anschlages als elastisch-dämpfende Ersatzfunktion abgebildet wird.
- Der ideale plastische Anschlag würde zu "exakt" **Praegung=1** führen. Die von uns gewählte leichte Nachgiebigkeit für den Anschlag ergibt beim vollständigen Prägen immer Werte etwas größer als 1. Die resultierende "Eindringtiefe" der Nadel in den Anschlag steigt näherungsweise proportional zu deren Aufprall-Impuls. Für die berechneten Stützstellen kann problemlos eine hinreichend genaue Antwortfläche ermittelt werden:



- Die Teilversagenswahrscheinlichkeit der virtuellen Stichprobe infolge "Nichtprägens" ist in unserem Beispiel deshalb Null (bei einem eingestellten zulässigen Bereich von z.B. **1 .. 1,1**).

Beachte bei "idealen" Anschlägen:

- Würde man (wie in den ersten beiden Etappen) den Anschlag als idealen starren Anschlag realisieren, so wäre der Wert der **Praegung** nur in der Größenordnung von $1e-8$ größer als 1, wobei es sich hierbei vor allem um ein "Rauschen" der numerischen Lösung handeln würde.
- Damit würde im Histogramm immer noch eine Teilversagenswahrscheinlichkeit von Null angezeigt.
- Allerdings ergäbe sich eine mehr oder weniger "zufällige" Antwortfläche über diese verrauschten Abtaststellen.
- Die virtuelle Stichprobe ermittelt dann auf Grund der unzureichenden Antwortfläche für die Präegung eine "zufällige" Teilversagenswahrscheinlichkeit (im gezeigten Beispiel von ca. 40%):



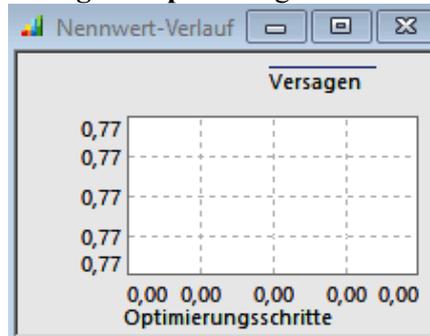
- Um damit die berechnete Gesamtversagenswahrscheinlichkeit nicht extrem zu verfälschen, muss man für solche "unrealen" Verteilungsfunktionen die zulässigen Grenzwerte entsprechend anpassen (im Beispiel untere Grenze = 0,999)

Versagenswahrscheinlichkeiten



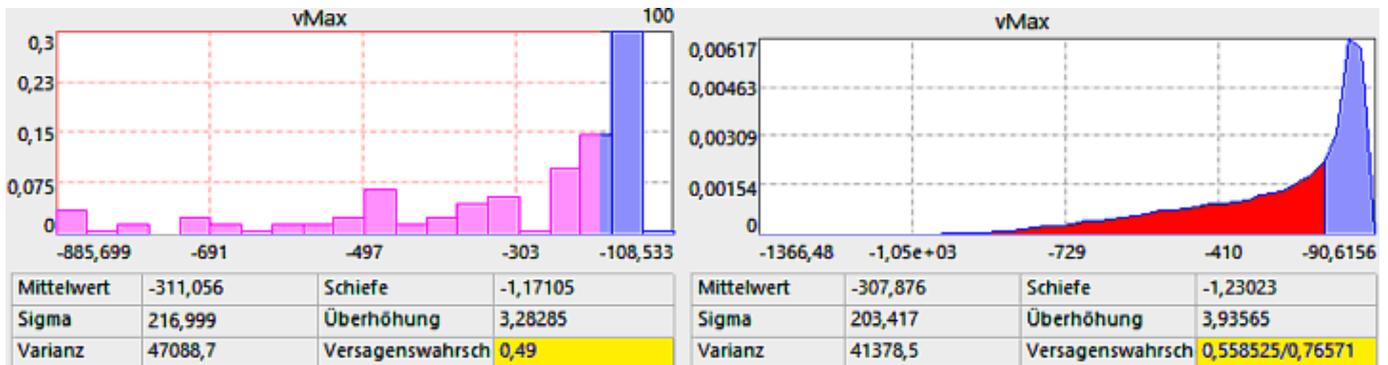
Versagen ("Gesamtversagenswahrscheinlichkeit") wird im *OptiY*-Explorer als Bestandteil der Gütekriterien aufgelistet, besitzt jedoch kein Eigenschaftsfeld:

- Den Wert dieser Versagenswahrscheinlichkeit kann man sich in einem **Nennwert-Verlauf**-Fenster anzeigen lassen. Dazu muss man "Versagen" per **Drag&Drop** in den grafischen Ausgabe-Bereich von *OptiY* ziehen:



- Das "Versagen" beschreibt den Anteil der Stichproben-Exemplare, bei denen mindestens der Wert einer Restriktionsgröße außerhalb des zulässigen Bereiches liegt.
- Bei der Sample-Methode erfolgt die Bestimmung der Versagensquote im "virtuellen Entwurf" unter Nutzung der zuvor ermittelten Ersatzfunktion durch einfaches "Durchzählen" der betroffenen Exemplare.
- Infolge des extrem großen Stichprobenumfangs ist der statistische Fehler zu vernachlässigen im Vergleich zur "Modellgenauigkeit" der Ersatzfunktion.

Teilversagenswahrscheinlichkeiten beschreiben den Anteil der Exemplare einer Stichprobe, welche in Hinblick auf die jeweilige Restriktionsgröße unzulässige Werte aufweisen (z.B. **vMax**):



- Die Teilversagenswahrscheinlichkeiten für jede Restriktionsgrößen werden bei der Sample-Methode bereits bei der realen Stichprobe "gezählt" und erscheinen als eine Kenngröße im zugehörigen Histogramm.
- Diese Werte sind infolge der relativ kleinen realen Stichprobe mit einem großen statistischen Fehler behaftet. Das man dabei mit dem Original-Untersuchungsobjekt anstatt einer Ersatzfunktion arbeitet, hat kaum Einfluss auf das erreichbare Vertrauensintervall.
- In den Diagrammen der Verteilungsdichte sind für die einzelnen Restriktionen die Teilversagenswahrscheinlichkeiten im Vergleich zur Gesamtversagenswahrscheinlichkeit abgebildet.
- Diese Werte in den Verteilungsdichte-Diagrammen resultieren aus der riesigem Stichprobenumfang unter Anwendung der Ersatzfunktion im virtuellen Entwurf.
- Hier wird der statistische Fehler insbesondere durch die Ungenauigkeit der Ersatzfunktion bestimmt (was am Beispiel von **vMax** nicht zu vernachlässigen ist!).
- Insbesondere stark nichtlinearen Zusammenhängen (wie bei der im Beispiel gezeigten Abschaltspannung **vMax**) kann man von einem relativ großen statistischen Fehler ausgehen.
- Die Teilversagenswahrscheinlichkeiten für reale und virtuelle Stichprobe werden unterschiedliche Werte aufweisen (z.B. für **vMax** 49% und 56%).
- Beide Werte sollten in ähnlicher Größenordnung liegen, was hier der Fall ist.

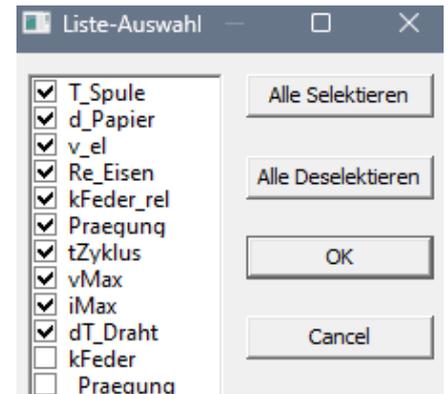
Die Teilversagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Restriktionsgrößen sagen nur etwas über die Größenordnung der gesamten Versagenswahrscheinlichkeit aus:

- Die Gesamtversagenswahrscheinlichkeit (Ausschuss-Quote) ist mindestens so groß wie die größte Teilversagenswahrscheinlichkeit.
- Diese "Ausschuss-Quote" ist aber praktisch immer kleiner als die Summe aller Teilversagenswahrscheinlichkeiten, da sich deren Bereiche überlappen.

Im Normalfall kommt es nach einer Nennwert-Optimierung in mehr als der Hälfte der Einsatzfälle zu einem unzulässigem Lösungsverhalten. Im Beispiel sind es sogar fast 80%. Das spricht nicht sehr für eine "optimale" Lösung". Da man aber bei einer Nennwert-Optimierung meist einige der zulässigen Grenzwerte ausreizt, ist solch ein Ergebnis typisch!

DOE-Tabelle

- DOE="Design of Experiments" (Versuchsplanung)
- **Analyse > Statistische Versuchsplanung > DOE-Tabelle** listet für jede Modellrechnung der realen Stichprobe (außer für die Nennwert-Simulation) eine Auswahl der im Workflow definierten Größen auf.
- Die Auswahl erfolgt zuvor über eine Auswahl-Liste.
- Bereits die erste Modellrechnung **No. 0** zeigt, dass hier eine hohe Abschaltspannung von **886 V** in Kombination mit einem dickerem Papier *d_Papier* von nahe **0,3 mm** und einem hohem Maximalstrom von **3,7 A** auftritt:



No	T_Spule	d_Papier	v_el	Re_Eisen	kFeder_rel	Praegung	tZyklus	vMax	iMax	dT_Draht	Status
0	-1,9853511	0,288857997	24,6848435	1,66056235	1,09708633	1,00001226	3,30989989	-885,69905	3,7284796	44,3087777	Ok
1	1,03326518	0,149346416	23,3425686	1,28576991	0,887229314	1,00001395	3,82308971	-128,82325	1,3951505	19,4171186	Ok
2	5,93780328	0,250813013	24,4578377	1,58210674	0,859873768	1,00001343	3,63572885	-319,79117	1,6068508	28,6102267	Ok
3	15,7912534	0,131237281	24,2192813	1,07189535	0,843391773	1,0000146	4,04145306	-128,86215	1,4032813	19,107172	Ok
4	48,2525101	0,153671438	22,4450941	1,52628808	1,03063755	1,00001302	3,57235815	-132,23578	1,362406	25,2988523	Ok
5	44,7784051	0,178792932	25,4513818	1,45320954	0,956634916	1,00001417	3,54134006	-197,56734	1,4911372	27,5708883	Ok
6	35,1559801	0,168495865	23,8667064	1,28177913	1,00672209	1,00001352	3,64204803	-160,43372	1,4488235	25,8297515	Ok
7	27,6978973	0,118839747	24,0023066	1,17584499	1,02801739	1,00001407	3,68502726	-132,41052	1,3664271	21,3001077	Ok
8	-20,726065	0,197753777	24,4769183	1,68956469	1,09179058	1,00001334	3,32393727	-320,63837	1,5088944	24,546933	Ok
9	12,6325877	0,173550401	26,0426516	1,80372959	1,16605084	1,00001389	3,15600961	-376,73777	1,5763434	27,8645568	Ok
10	-21,942930	0,164796167	24,0706619	1,45796808	1,03186405	1,00001372	3,49990593	-170,82248	1,4420123	20,5300594	Ok

- Wenn man innerhalb dieser Tabelle eine Zeile mit Doppelklick auswählt (= Exemplar der realen Stichprobe), so wird der zugehörige Punkt in den im Folgenden beschriebenen 2D-Anthill-Plots hervorgehoben und es werden dort auch die "Koordinatenwerte" eingeblendet.
- Über die Menü-Funktion **Datei > Daten Export** kann man die Datensätze der DOE-Tabelle bei Bedarf zur Weiterverarbeitung in eine Excel-Tabelle speichern (**Achtung:** in der DOE-Tabelle zuvor eine Zeile mit Klick der linken Maustaste auswählen!)

Anthill-Plot

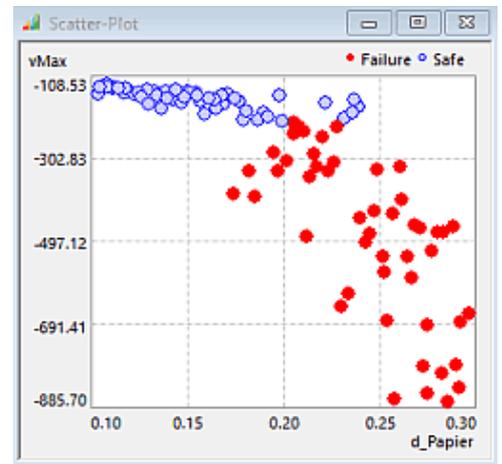
Der "Ameisenhaufen" stand Pate für die Bezeichnung dieser Darstellform (Punktdiagramm), welche auch als **Streudiagramm** (engl. Scatterplot) bekannt ist. In *OptiY* existieren zwei Formen von Anthill-Plots. In beiden Formen werden nur Punkte der realen Stichprobe eingetragen:

Analyse > Cluster > 2D-Anthill-Plot:

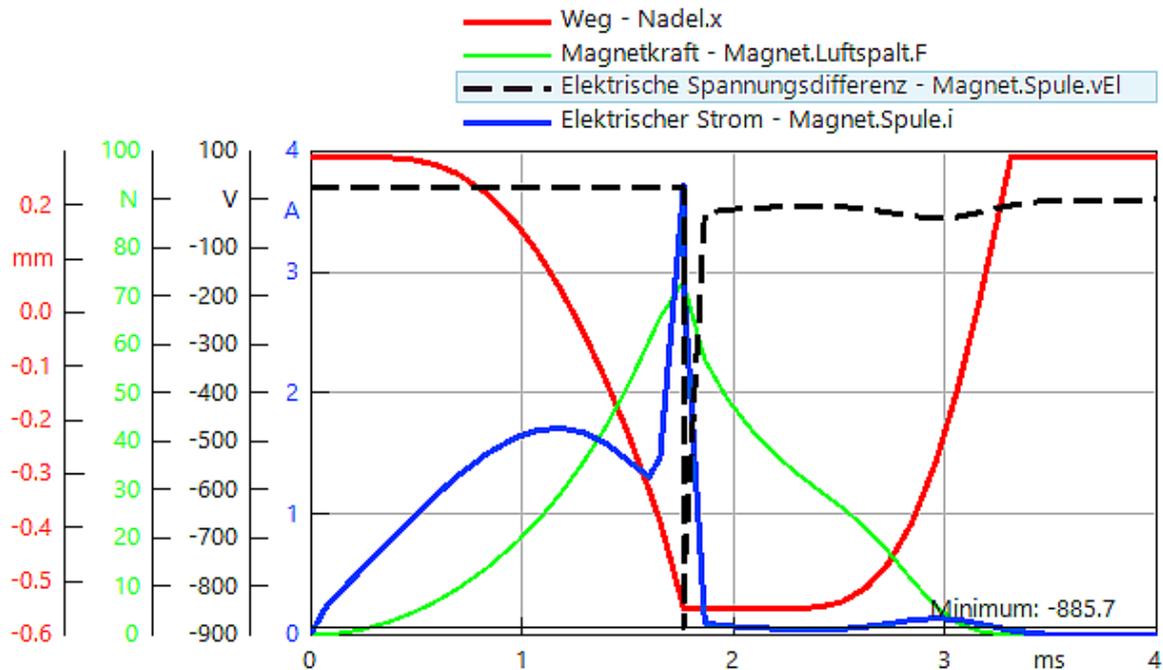
- Die X- und Y-Achse sind frei belegbar mit den im Workflow definierten Größen.
- Jedes Exemplar der realen Stichprobe wird durch einen Punkt repräsentiert, der den Zusammenhang zwischen den beiden gewählten Größen verdeutlicht.

- Sind Achsen mit Restriktionen belegt, so werden die Punkte rot markiert, welche unzulässige Werten in Bezug auf diese hier benutzten Restriktionen haben.

Im Beispiel erkennt man die max. Abschaltspannung mit dem extremen Spannungswert von **886 V**:



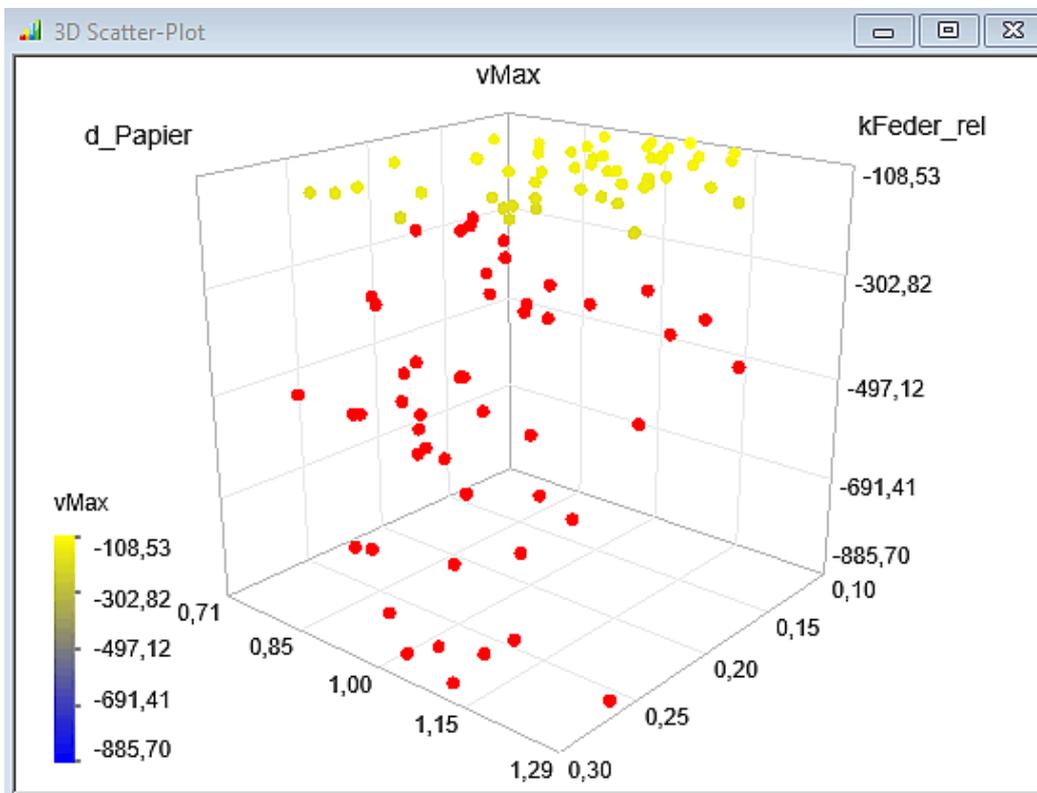
- Sucht man den zugehörigen Simulationslauf in der DOE-Tabelle (im Beispiel ist dies die erste Modellrechnung → Verifizierung im 2D-Anthill-Plot durch Doppelklick auf diese Zeile!), so kann man darüber den zugehörigen Simulationslauf starten.
- Dort sieht man, dass es sich nicht um ein numerisches Problem bei der Modellberechnung handelt:



- Es entsteht kurz vor dem Abschalten eine Stromspitze von fast **4 A**, weil das Eisenmaterial infolge "unglücklicher" Umstände in die Sättigung gelangt.

Analyse > Cluster > 3D-Anthill-Plot:

- Es besteht hier die Möglichkeit, die Abhängigkeit einer Ergebnis-Größe (z.B. der Abschaltspannung) von zwei Streu-Größen (z.B. Papierdicke und Federkonstante) darzustellen.
- Die X-, Y- und Z-Achse dieses 3D-Scatter-Plots sind ebenfalls frei belegbar mit den im Workflow definierten Größen.
- Zusätzlich muss man (wie bei den 3D-Flächen) festlegen, über welche Workflow-Größe die Farbe der Punkte skaliert wird. Im Beispiel wurde die Farbe durch die Abschaltspannung **vMax** skaliert:



- Im Beispiel erkennt man, dass Kombinationen von dickerem Papier und steiferer Feder zu einer höheren Abschaltspannung tendieren. Das würde man auf Grund von Vorüberlegungen auch erwarten.
- Sind Achsen mit Restriktionen belegt, so werden diejenigen Punkte rot markiert, welche unzulässige Werten in Bezug auf irgendwelche Restriktionen besitzen (im Unterschied zu 2D-Plot!).

Hinweise zu den Plot-Eigenschaften:

- In 2D-Anthill-Plots können im Unterschied zu 3D-Plots Stichproben aus unterschiedlichen Experimenten zusammengeführt werden. Schwerpunkt ist die Identifikation von Clustern "ähnlicher" Exemplare. Dazu kann man bei Bedarf als "Z-Achse" noch eine Farbskala für eine beliebige Workflowgröße ergänzen.
- Die 2D- und 3D-Anthill-Plots sind in ihren Eigenschaften standardmäßig als unterschiedliche Typen konfiguriert:

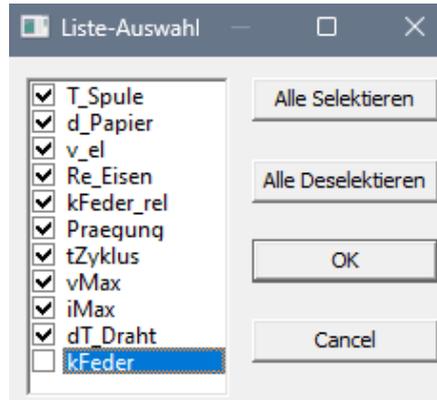
Eigenschaft	↑ ×	Eigenschaft	↑ ×
2D Anthill-Plot		3D Anthill-Plot	
Multi-Experiment	<input type="checkbox"/>	Rahmen	<input checked="" type="checkbox"/>
Typ	Classification	Legende	<input checked="" type="checkbox"/>
Z-Achse	Keine	Typ	Versuchsplanung
Farbe	 0; 0; 255	Max-Farbe	 255; 255; 0
Radius	5	Min-Farbe	 0; 0; 255
Stützpunkte	Training + Test	Radius	5
Gleitkommastelle	2	Gleitkommastelle	2
E-Format	<input type="checkbox"/>	E-Format	<input type="checkbox"/>
Auto-Skalierung	<input checked="" type="checkbox"/>	Auto-Skalierung	<input checked="" type="checkbox"/>

- **Classification** (2D): teilt die Stichprobe von Beginn an in zulässige und unzulässige Exemplare
- **Versuchsplanung** (3D): zeigt über die Farb-Skale den Wert einer Workflow-Größe für zulässige Exemplare / unzulässige Exemplare werden bei Verwendung von Restriktionsgrößen für mindestens eine Achse markiert
- **Cluster** (zusätzlich): bietet erweiterte Funktionen für die Clusterbildung
- Eine nachträgliche Umschaltung zwischen den drei Typen ist möglich, stört jedoch teilweise die Farbzuoordnung.

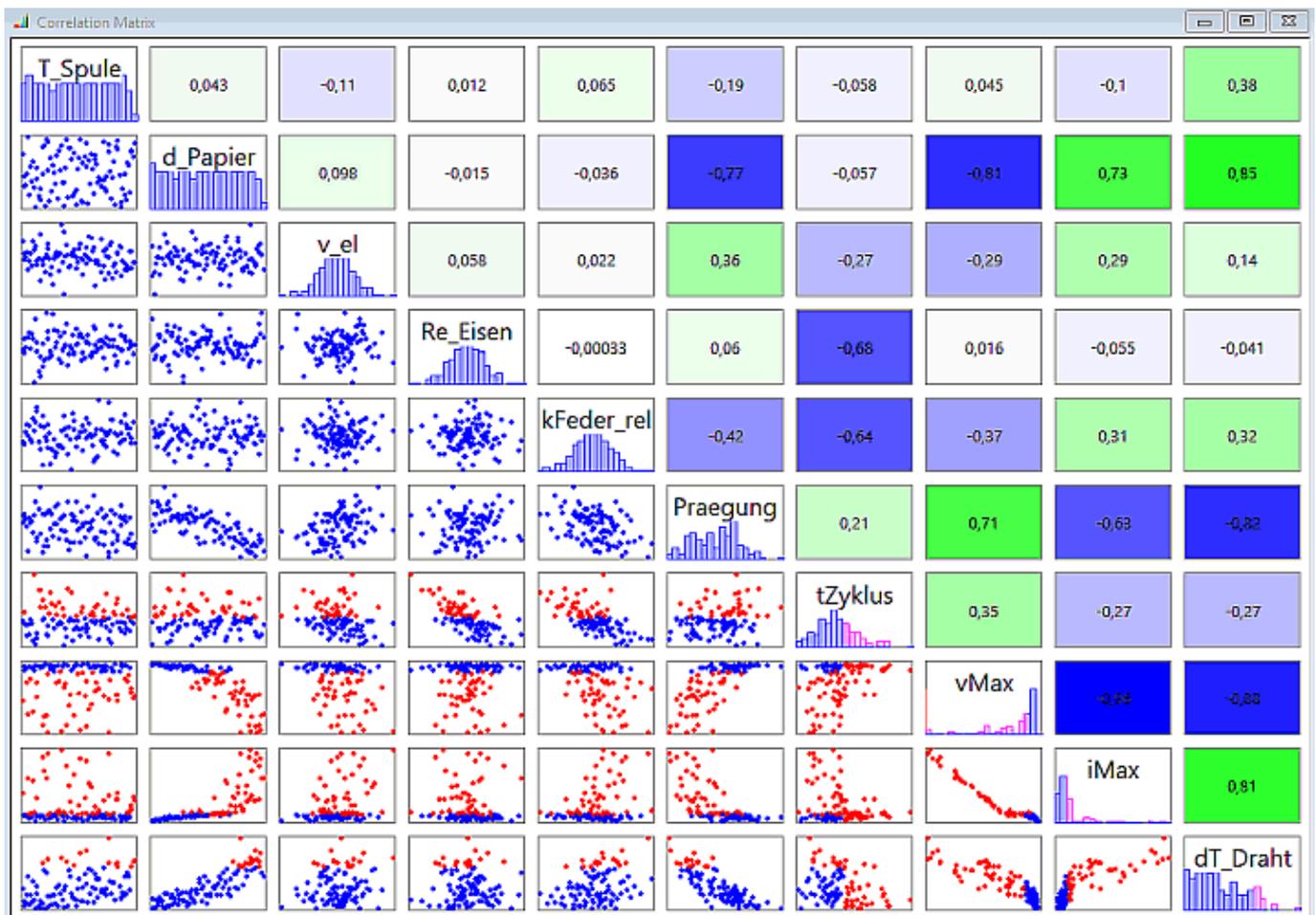
Korrelationen

Es wird die **Korrelation** zwischen allen Streuungen und Restriktionen/Gütekriterien in Form von Korrelationskoeffizienten dargestellt. Im *OptiY* gibt es zwei Möglichkeiten der Darstellung:

- Im vorangestellten Auswahl-Dialog können wir die Hilfsgröße **kFeder** unmarkiert lassen, da wir die prozentuale Streuung der Federkonstante direkt nutzen:



- Der **Korrelationskoeffizient K** mit einem Bereich von -1 bis +1 ist in der Matrix farblich hinterlegt:
 - $|K|=0$ → keine Korrelation mit der Toleranzgröße (weiß)
 - $|K|=1$ → starke Korrelation mit der Toleranzgröße (dunkel: negativ=blau / positiv=grün).
- K** ist ein dimensionsloses Maß für den Grad des **linearen** Zusammenhangs zwischen zwei Merkmalen:
 - Korrelationskoeffizienten sind nur gültig, wenn der Zusammenhang zwischen den betrachteten Größen linear ist!
 - Existiert ein nichtlinearer Zusammenhang, so ist der angezeigte Korrelationskoeffizient umso falscher, je stärker die Abweichung von einer Geraden ist.
 - Eine qualitative Abschätzung der Linearität kann man auf Basis der zugehörigen Anthill-Plots vornehmen. Im Beispiel kann man innerhalb des Streubereichs existierende Zusammenhänge zwischen den Größen hinreichend genau durch Ausgleichsgeraden abbilden (das wäre nicht mehr möglich z.B. bei einem zu schwach dimensionierten Antrieb, der teilweise das Papier nicht prägt!).



Hinweise zur Interpretation der Korrelationsmatrix:

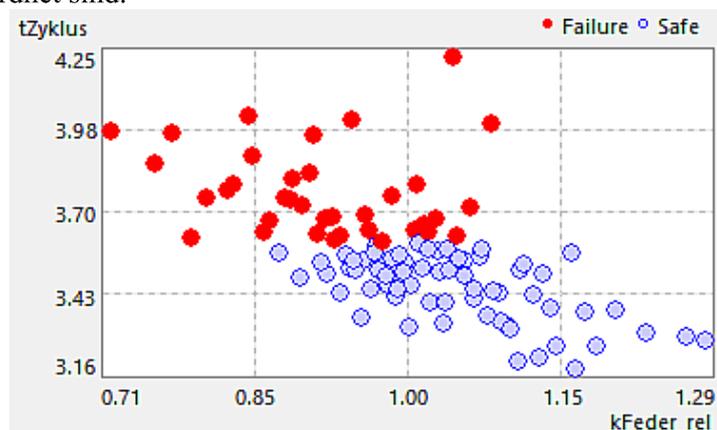
- Entlang der Diagonalen sind die einzelnen Input-/Output-Streuungen als Histogramme eingetragen.
- Die 2D-Anthill-Plots unterhalb der Diagonalen stellen den Zusammenhang zwischen jeweils zwei streuenden Größen dar. Welche zwei Streuungen dies jeweils sind, ergibt sich durch Verfolgen der Spalte und Zeile bis zur

Diagonalen.

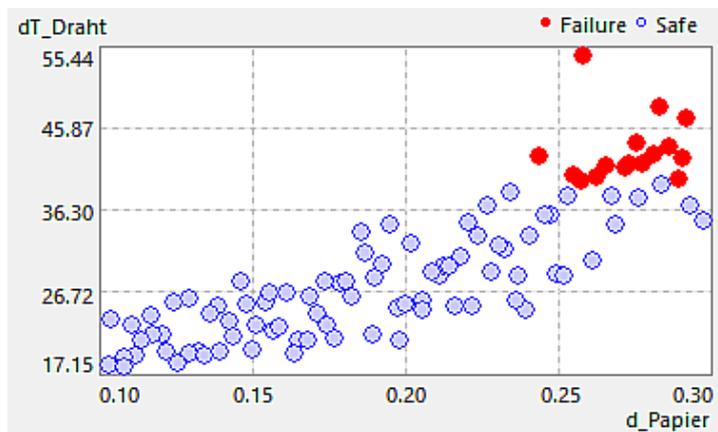
- Spiegelbildlich zu den 2D-Anthill-Plots befinden sich oberhalb die zugehörigen Korrelationskoeffizienten.
- **Beachte:** "Klickt" man in der Matrix auf das Feld eines Anthill-Plots oder K-Wertes, so werden die zugehörigen Streu-Größen in der Diagonale und das an der Diagonale gespiegelte Feld (K-Wert / Plot) markiert!
- Falls die Bildung der Zufallszahlen gut funktioniert, darf keine Korrelation zwischen unterschiedlichen Input-Streuungen existieren ($K=0$). Auf Grund der kleinen Stichprobe ist im Beispiel oberhalb der Input-Streuungen $|K| \leq 0.11$. Die Korrelation zwischen streuenden Parametern hat insbesondere Bedeutung bei der Benutzung von Messwerten.
- Die Korrelation zwischen streuenden Parametern und Bewertungsgrößen ist abhängig vom Übertragungsverhalten des Modells.
- **Achtung:** Korrelation bedeutet nicht "kausale Abhängigkeit"! In technischen Anwendungen verbergen sich aber dahinter häufig Ursache-Wirkungs-Beziehungen. Man erkennt auf Grund des Absolutwertes der Koeffizienten, in welchem Maße überhaupt ein Zusammenhang zwischen der Änderung zweier Größen bestehen könnte.
- Uns interessieren zuerst die Zusammenhänge zwischen der Streuung der Eingangsgrößen und deren Auswirkung auf die Bewertungsgrößen:
 - Damit können wir uns auf die Auswertung des farblich markierten Viertels der Korrelationstabelle beschränken.
 - Betrachtet man nacheinander die einzelnen Toleranzgrößen (Inputgrößen), so kann man folgende Schlussfolgerungen ziehen:
 1. **Temperatur des Spulendrahtes:** korreliert am stärksten mit dessen Erwärmung (anscheinend, weil sich der ohmsche Widerstand des Drahtes linear mit der Temperatur ändert).
 2. **Papierdicke:** korreliert stark mit fast allen Bewertungsgrößen, aber erstaunlicher Weise nicht mit der Zykluszeit.
 3. **Betriebsspannung:** korreliert kaum mit den Bewertungsgrößen (anscheinend nur geringer Einfluss oder kein linearer Zusammenhang).
 4. **Wirbelstrom:** korreliert stark mit der Zykluszeit (je größer der Wirbelstrom, desto stärker die Abfallverzögerung - deshalb negativer Koeffizient!).
 5. **Federkonstante:** korreliert stark mit der Zykluszeit (negativer Wert bedeutet, dass eine härtere Feder mit einer kleineren die Zykluszeit zusammenhängt).
- Auch zwischen den Ausgangsgrößen werden teilweise größere Korrelationskoeffizienten berechnet:
 1. **Abschaltspannung und Maximalstrom:** sind unmittelbar über den Schutzwiderstand verknüpft → fast ideale Gerade im Scatter-Plot ergibt $|K|$ nahe 1.
 2. **Spulenerwärmung und v_{Max} bzw. i_{Max} :** korrelieren sehr stark (höhere Verlustleistung in Spule bei höherem Strom)

Widerspiegelung unterschiedlicher Korrelationskoeffizienten im 2D-Anthill-Plot:

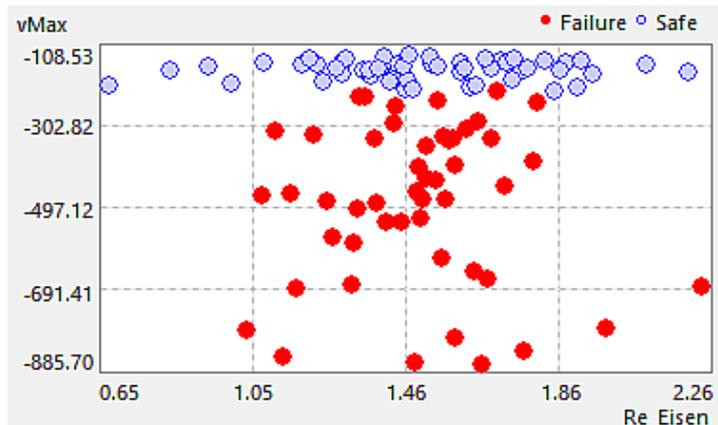
- Eine starke Korrelation besteht im Beispiel zwischen der Zykluszeit und der Federkonstante. Die starke Korrelation widerspiegelt sich im Diagramm, indem die Lösungspunkte relativ dicht entlang einer gedachten Ausgleichsgeraden angeordnet sind.



- Die Temperatur-Erhöhung des Spulendrahtes korreliert relativ stark mit der Papierdicke. Der Anstieg dieser Ausgleichsgeraden ist im Unterschied zum vorherigen Diagramm positiv:



- Kleine Korrelationskoeffizienten werden durch eine ausgedehnte Punktwolke repräsentiert (z.B. zwischen dem Wirbelstrom und Abschaltspannung an der Spule). Der Wert der Restriktionsgröße wird dann überwiegend von den anderen Streugrößen bestimmt:



Sensitivitäten

Mit der Sensitivitätsanalyse sollen folgende Fragen zur Reduzierung der Entwurfskomplexität beantwortet werden:

- Welche Parameter-Toleranzen haben den größten Einfluss auf das Systemverhalten und müssen beim Entwurf besonders berücksichtigt werden?
- Welche Parameter-Toleranzen haben keinen Einfluss auf das Systemverhalten und können beim Entwurf vernachlässigt werden?
- Welche Interaktionen zwischen den einzelnen Parametern treten dabei auf?

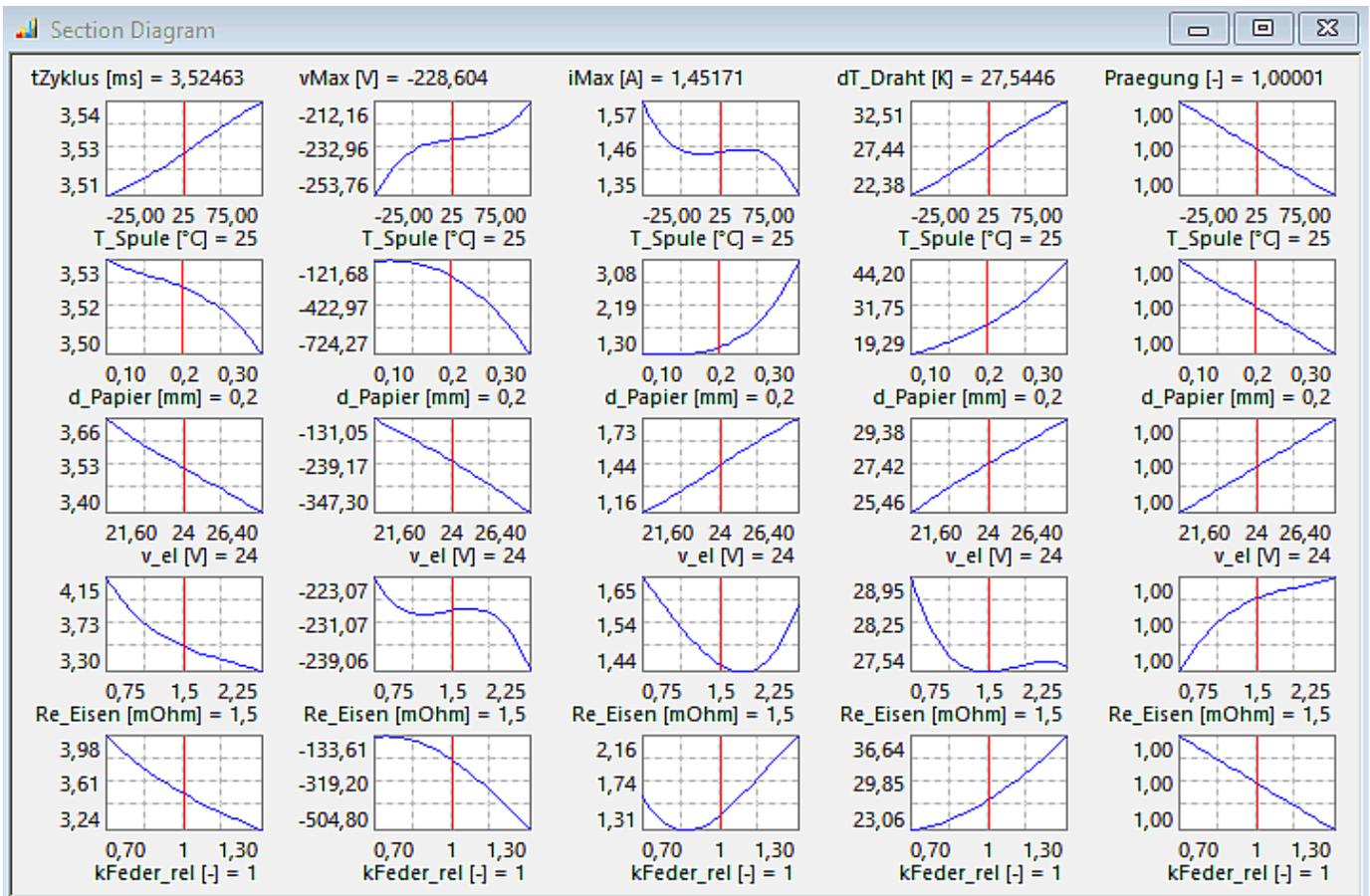
Auch wenn eine Ausgangsgröße sehr stark mit einer Eingangsgröße korreliert, kann der tatsächliche Einfluss dieser Eingangsgröße auf den Wert der Ausgangsgröße sehr gering sein! Deshalb ist das Erkennen von Korrelationen nur der erste Schritt, um diejenigen Eingangsgrößen zu finden, welche praktisch mit keiner Ausgangsgröße korrelieren. Im Beispiel scheint die Spulentemperatur solch eine "einflusslose" Eingangsgröße zu sein. Sie korreliert zwar mit der Erwärmung der Spule, diese Erwärmung (äußert sich wieder in der Spulentemperatur) wird aber die anderen Bewertungsgrößen kaum beeinflussen.

Den tatsächlichen Einfluss einer Streugröße erkennt man erst im Ergebnis einer Sensitivitätsanalyse. Dabei kann man zwei Arten von Sensitivitäten unterscheiden.

Lokale Sensitivität

Bei einer lokalen Sensitivitätsanalyse wird für einen aktuellen Arbeitspunkt (Istwert) jeweils ein Parameter verändert. Alle anderen Parameter bleiben dabei konstant (Siehe "**c.p.**" = **ceteris paribus**). In *OptiY* wird dafür als ein Werkzeug das sogenannte Schnittdiagramm bereitgestellt (*Analyse > Antwortflächen > 1D Diagramm*):

- Die Abhängigkeiten der ausgewählten Bewertungsgrößen (Restriktionen/Gütekriterien) von den ausgewählten Streuungen werden als Kurven dargestellt.
- Alle gewünschten Elemente (Bewertungsgrößen und Streuungen) muss man einzeln per *Drag&Drop* aus dem *OptiY*-Explorer in das anfangs leere Diagrammfenster ziehen:



- Die Kurven-Verläufe gelten jeweils für die aktuellen Istwerte aller Streuungen. Diese werden im Schnittdiagramm als senkrechte Linien eingeblendet, wenn man dies in den Eigenschaften des Schnittdiagramms aktiviert:

Schnittdiagramm	
Name	vMax
Farbe	0; 0; 255
Gleitkommastelle	2
E-Format	<input type="checkbox"/>
Rasterpunkte	40
Feine Skalierung	<input type="checkbox"/>
Aktueller Wert	<input checked="" type="checkbox"/>
Stützpunkte	Keine
Vertrauensintervall	<input type="checkbox"/>
Latent Funktion	<input type="checkbox"/>
Auto-Skalierung	Lokal

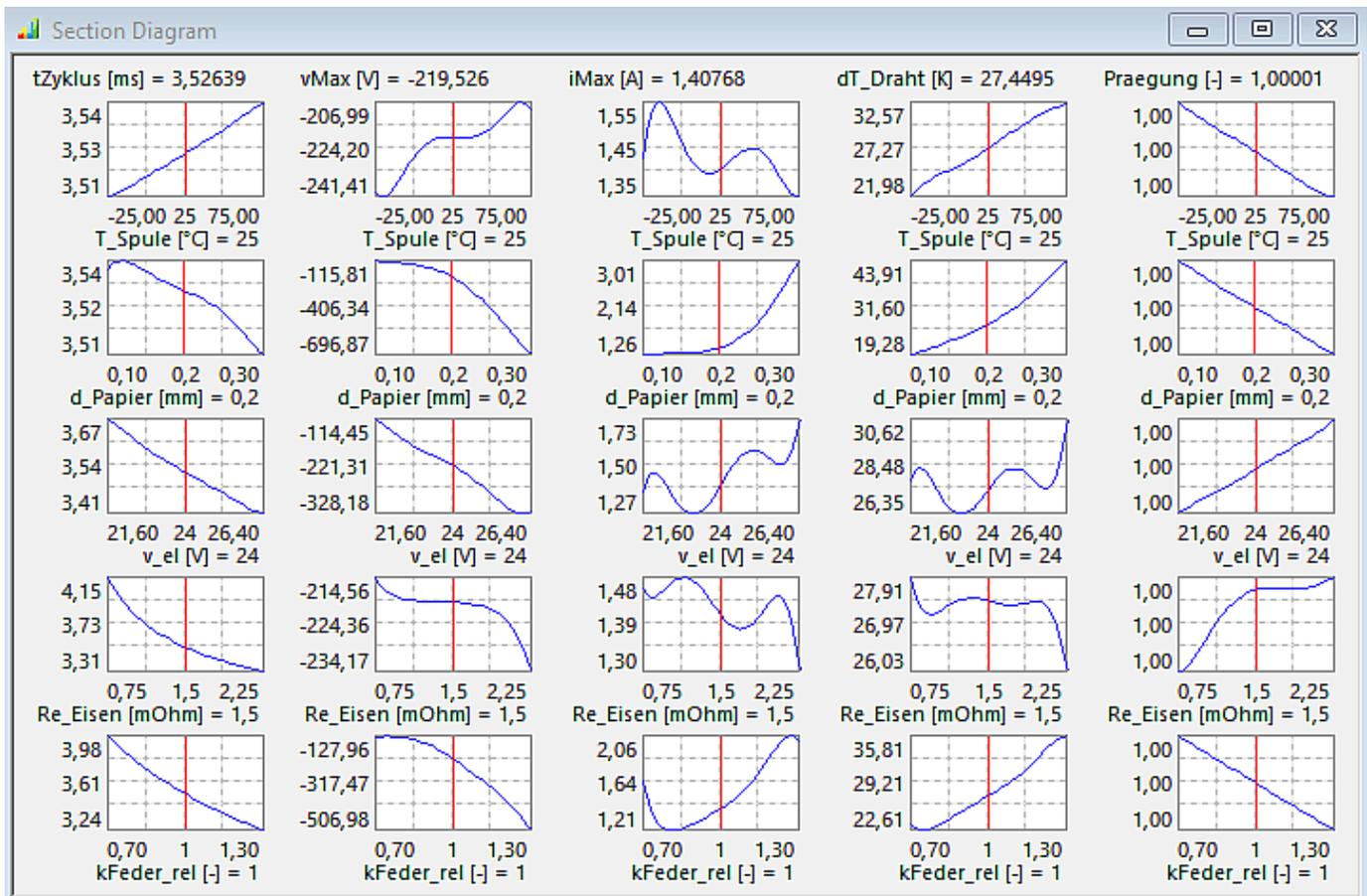
Streuung Daten	
Name	kFeder_rel
Einheit	-
Kommentar	Federsteife (1=Nennwert)
Versuchsplanung	
Nennwert	1
Toleranz	0,6
Genauigkeit	0
Verteilung	Normalverteilung
Typ	Zufall
Virtueller Entwurf	
Entwurfsparameter	<input type="checkbox"/>
Nennwert	1
Toleranz	0,6
Verteilung	Normalverteilung
Typ	Zufall

- Die zu den Istwerten gehörigen Werte der Bewertungsgrößen sind als Zahlenwerte eingeblendet.
- Die Istwerte kann man im Eigenschaftsfenster der Streuungen verändern. Dazu selektiert man die entsprechende Streuung im Explorer, dort existiert im Eigenschaftsfenster unter der Rubrik *Virtueller Entwurf* der Eintrag *Nennwert*. Dabei handelt es sich um den "aktuellen Istwert" der Streuungsgröße auf dem "virtuellen" Ersatzmodell. Nach der Eingabe eines neuen "Ist"-Wertes werden alle Schnittdiagramme automatisch aktualisiert.
- Prinzipiell kann man in den Schnittdiagrammen die roten Istwert-Linien auch mit der Maus verschieben. Damit ist jedoch nur ein grober qualitativer Eindruck möglich.

Anhand der Residuen konnte man nur erkennen, wie gut in Abhängigkeit z.B. von der gewählten Polynomordnung eine Angleichung der Stützstellen erfolgte. Im Unterschied dazu kann man in den Schnittdiagrammen die physikalische Qualität der Ersatzfunktion einschätzen:

- Erhöht man die Polynomordnung, so werden sich die Residuen für die Stützstellen noch etwas verkleinern. Aber es treten bei höheren Polynomordnungen unvermeidlich Welligkeiten zwischen den Stützstellen auf, welche physikalisch praktisch immer falsch sind.
- Im folgenden Beispiel wurde die Polynomordnung temporär auf 5 erhöht. Dies führt insbesondere dort zu Welligkeiten, wo Polynome auf Grund der starken Nichtlinearitäten nicht besonders gut als Ersatzfunktionen

geeignet sind:



- Im Beispiel wäre das insbesondere für die iMax-Ersatzfunktion der Fall.
- Kritisch bei höheren Polynomordnungen sind auch die Extrapolationen von der realen Stützpunkt-Wolke zum Rand des Streubereiches. Dies führt zu größeren Fehlern in den Randbereichen der virtuellen Stichprobe.

Fazit:

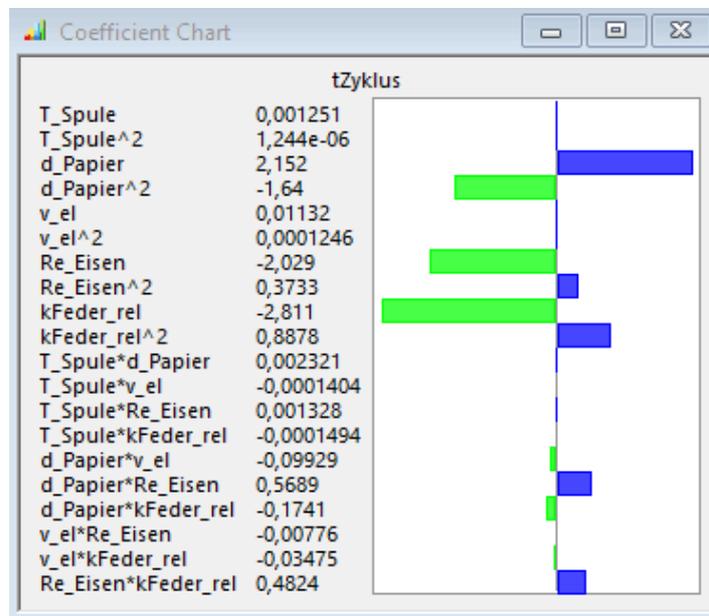
- Man sollte die Polynomordnung für die Ersatzfunktionen möglichst klein wählen!
- Die von uns gewählte 3. Ordnung könnte man unter dieser Prämisse zumindest für einige Restriktionsgrößen bei detaillierter Analyse auch auf die 2. Ordnung reduzieren.

Lokale Sensitivität S_L (Definition):

Ist ein Maß dafür, wie empfindlich eine Bewertungsgröße auf die Änderung der betrachteten Streugröße reagiert:

- Entspricht der partielle Ableitung der Approximationsfunktion einer Bewertungsgröße nach einer Streugröße im eingestellten Arbeitspunkt (Istwert).
- Entspricht praktisch dem Anstieg der linearisierten Schnittfunktion im Arbeitspunkt.

Lokale Sensitivitäten kann man direkt aus dem Koeffizienten-Chart (*Analyse > Antwortflächen > Koeffizient-Chart*) ablesen, welches die Parameter des Polynom-Anteils der Approximationsfunktion enthält (X: partielle Ableitung 1. Ordnung, X²: partielle Ableitung 2. Ordnung, X1*X2: partielle Kreuzableitung usw.):

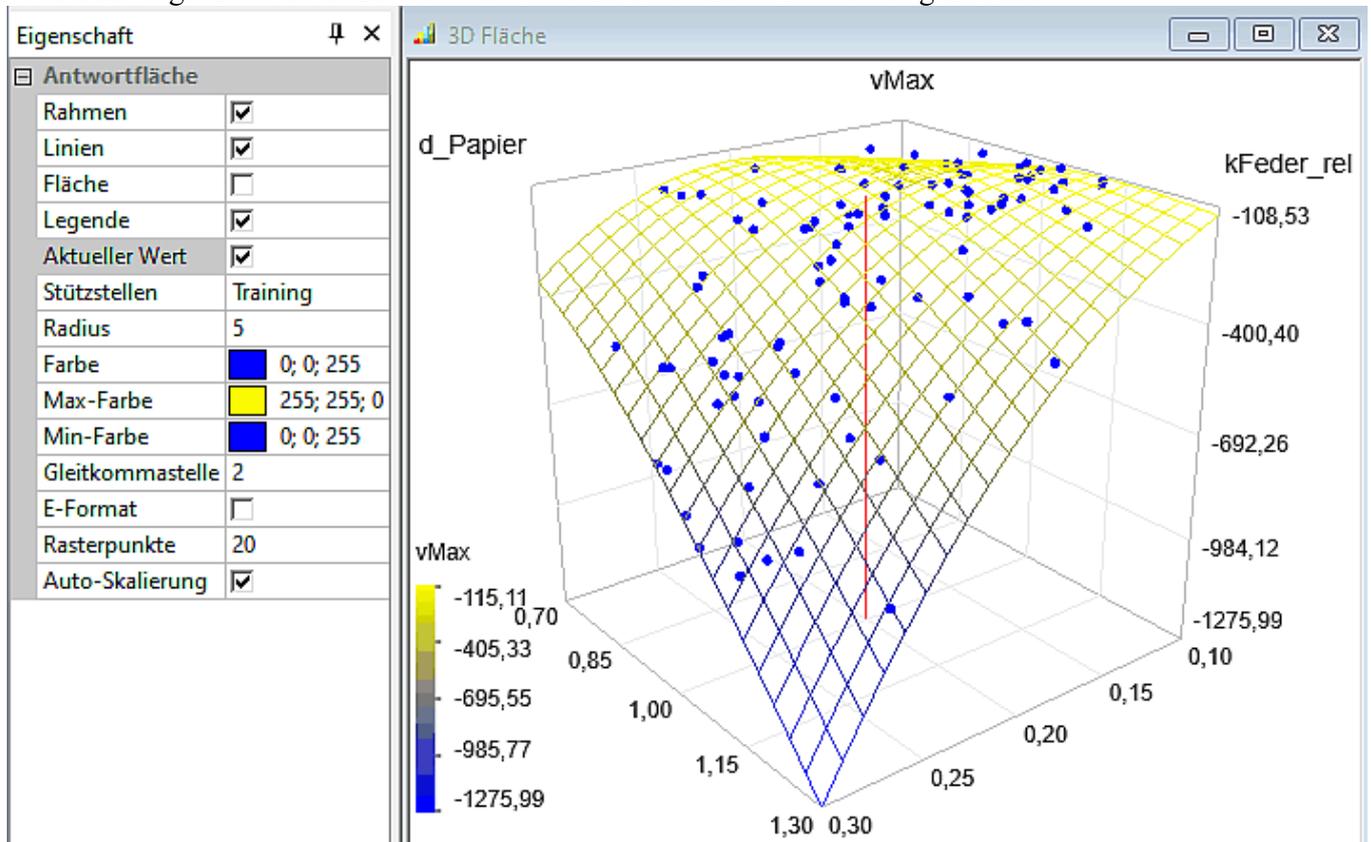


- Im Beispiel wurde zuvor für **tZyklus** die Polynom-Ordnung temporär auf 2 reduziert, damit nicht durch die Koeffizienten der 3. Ordnung die Interpretation des obigen Koeffizienten-Chart unnötig verkompliziert wird.
- Die lokale Sensitivität S_L der Zykluszeit in Hinblick auf die Streuung der Federkonstante entspricht der zugehörigen partiellen Ableitung erster Ordnung von **tZyklus [ms]**, allerdings nach der relativen Toleranzgröße **kFeder_rel** [pro 100%] $\rightarrow -2.811 \text{ ms}/100\%$.

Hinweis:

In obigen Schnittdiagrammen wird der Einfluss einer Streugröße auf jeweils eine Bewertungsgröße dargestellt. Die in *OptiY* bereitgestellten 3D-Antwortflächen berücksichtigen den Einfluss von zwei Streugrößen auf jeweils eine Bewertungsgröße. Diese Erweiterung des Schnittdiagramms kann im Spezialfall für die Anschauung nützlich sein. Auch die 3D-Antwortflächen werden bei der Änderung von Istwerten der Streugrößen aktualisiert. Im Folgenden sieht man die Analogie zum zuvor abgebildeten 3D-Anthill-Plot (*Abschaltspannung in Abhängigkeit von Papier- und Federsteife*):

- Mittels der Eigenschaften dieser 3D-Fläche wurde der aktuelle Ist-Wert eingeblendet:



- Die Darstellung der Fläche wurde deaktiviert, weil die Gitterdarstellung meist anschaulicher ist.

- Aufgrund der eingeblendeten Trainingsstützstellen (der realen Stichprobe) erkennt man, dass die Fläche der Ersatzfunktion insbesondere an den Ecken im Wesentlichen eine Extrapolation darstellt, weil dort keine Trainingspunkte verfügbar waren.

Globale Sensitivitäten

Lokale Sensitivitäten (zur Erinnerung):

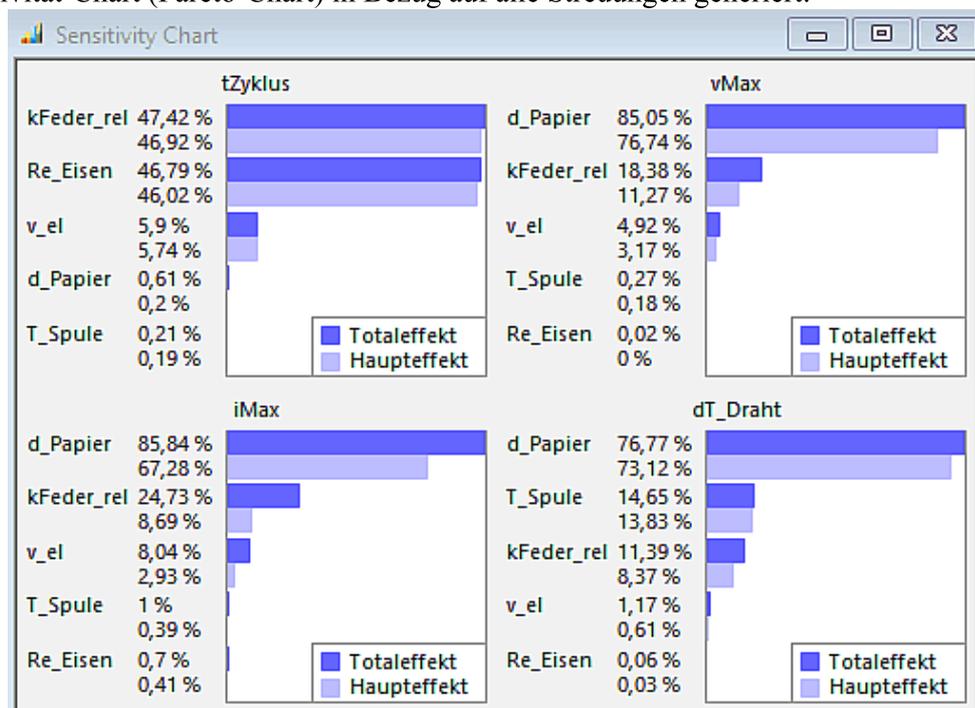
- Entsprechen den partiellen Ableitungen 1. Ordnung der Bewertungsgrößen im aktuell eingestellten Arbeitspunkt im jeweiligen Streubereich.
- Nur für Polynomfunktionen 1. Ordnung entspricht dies dem gemittelten Anstieg im Streubereich.
- Wie empfindlich das Systemverhalten in einem Arbeitspunkt auf die Änderung einer Streugröße reagiert, sagt noch nichts über den Einfluss einer Streuung im Vergleich zum Einfluss der anderen Streugrößen.

Globale Sensitivitäten:

- Entsprechen dem prozentualen "Effekt" einer Streuung auf eine Bewertungsgröße im Vergleich zu allen anderen betrachteten Streuungen.
- Dabei werden "global" alle Nichtlinearitäten und Wechselwirkungen innerhalb des gesamten Streubereiches berücksichtigt.

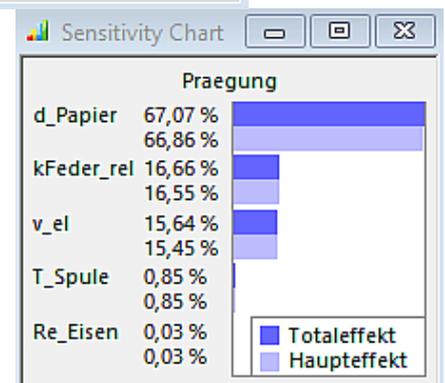
Sensitivität-Charts zeigen für einzelne, ausgewählte Bewertungsgrößen die globale Sensitivität in Bezug auf die Parameter-Streuungen (*Analyse > Sensitivität > Sensitivität-Chart*):

- Es erscheint zuerst ein leeres Fenster, in das man die gewünschten Bewertungsgrößen (Restriktionen und Gütekriterien) per *Drag&Drop* aus dem Explorer hineinziehen kann. Für jede dieser Bewertungsgrößen wird dann ein Sensitivität-Chart (Pareto-Chart) in Bezug auf alle Streuungen generiert:



- Unter **Pareto-Chart** versteht man ein Balkendiagramm (Histogramm), das anzeigt, in welchem Maße ein bestimmtes Ergebnis (Effekt) durch eine bestimmte Ursache hervorgerufen wurde. Die Balken sind nach der Größe des Effektes geordnet.
- **Hinweis:** Die Sensitivitäten der **Praegung** wurden in einem separatem Fenster dargestellt. Da im Beispiel innerhalb des Streubereiches immer vollständiges Prägen stattfindet, widerspiegeln sich darin vor allem die Eigenschaften des verwendeten Modellansatzes für den mechanischen Anschlag!

Den Sensitivität-Charts kann man zwei wesentliche Informationen entnehmen:



- **1. Welche Streuungen haben einen vernachlässigbaren Einfluss auf die jeweils betrachtete Bewertungsgröße?**
 - Im Beispiel existiert keine Streuung, welche auf sämtliche Bewertungsgrößen keinen Einfluss hat.
 - Die Streuung der Spulentemperatur hat nur Einfluss auf die Langzeit-Erwärmung der Spule. Das hatten wir bei der Nennwert-Optimierung bereits durch Annahme des **Worst Case** "Maximaltemperatur" berücksichtigt! Deshalb werden wir für die weiteren Untersuchungen die Streuung der Spulentemperatur vernachlässigen.
 - Der Wirbelstrom hat zwar nur Auswirkung auf die Zykluszeit. Da diese für uns jedoch ein sehr wichtiges Kriterium darstellt, sollte man die Wirbelstrom-Streuung im Folgenden nicht vernachlässigen.
 - Kleiner als 10% ist der Einfluss von Schwankungen der Betriebsspannung auf die Streuung aller Bewertungsgrößen (außer der hier nur am Rande betrachteten "Praegung"). Deshalb kann man die Streuung der Betriebsspannung praktisch vernachlässigen.
 - Damit kann man bei einer anschließenden probabilistischen Optimierung den Simulationsaufwand durch Reduktion der zu berücksichtigenden Streuungen von 5 auf 3 entscheidend verringern.
- **2. Existieren merkliche Interaktionen zwischen den Streuungen?**
 - Es gibt Wechselwirkungen zwischen den Streuungsgrößen, wenn die aktuellen Ist-Werte anderer Streuungsgrößen den Einfluss der jeweils betrachteten Streuungsgröße auf das Systemverhalten merklich verändern.
 - In den Sensitivität-Charts erkennt man das an einem merklichem Unterschied zwischen den Werten von Total- und Haupteffekt:

Haupteffekt:

Er repräsentiert den Haupteinfluss der betrachteten Streuungsgröße X_i auf die Ausgangsgröße Y . Definiert ist er als Quotient aus der Varianz der durch X_i verursachten Streuung der Ausgangsgröße $\text{Var}(Y|X_i)$ und der Varianz der durch alle Toleranzen \mathbf{X} verursachten Streuung $\text{Var}(Y|\mathbf{X})$

$$S_H = \text{Var}(Y|X_i) / \text{Var}(Y|\mathbf{X})$$

Totaleffekt:

Er setzt sich zusammen aus dem Haupteffekt und den Interaktionen zwischen den einzelnen Streuungsgrößen (X_i, X_j)

$$S_T = \text{Var}(Y|X_i) / \text{Var}(Y|\mathbf{X}) + \text{Var}(Y|X_i, X_j) / \text{Var}(Y|\mathbf{X})$$

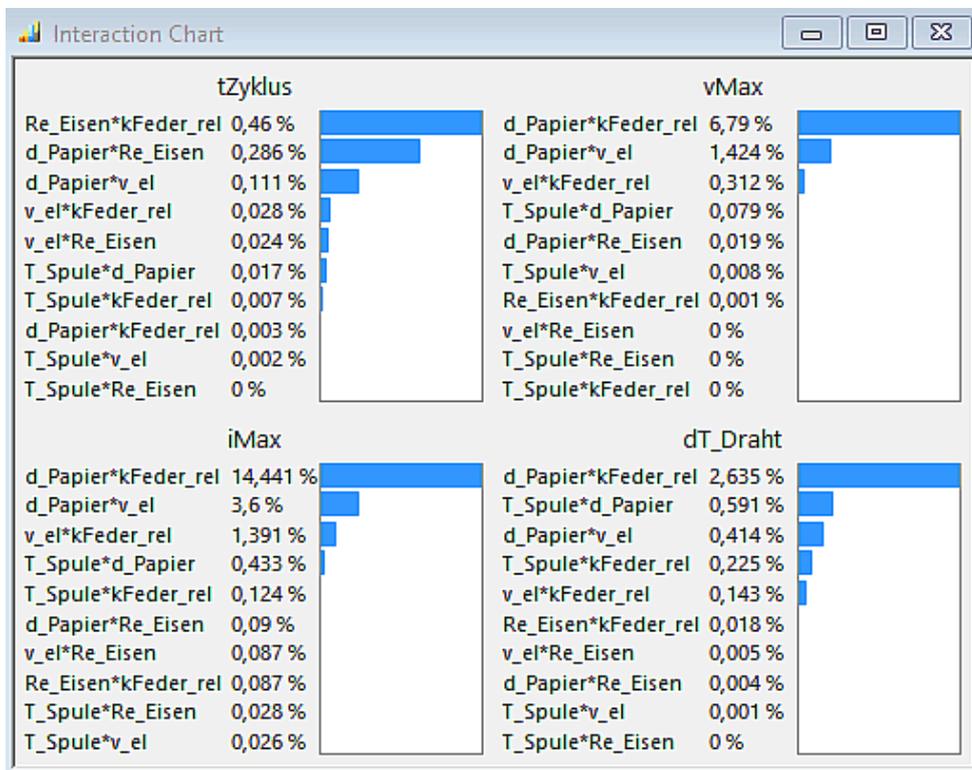
Im *OptiY* wird die Interaktion durch paarweise Kombination aller Streuungsgrößen berücksichtigt, da die gleichzeitige Berücksichtigung sämtlicher Streuungsgrößen zu einem nicht beherrschbaren Berechnungsaufwand führt. Jedes Paar (X_i, X_j) wird als ein Glied dieser Summenformel berücksichtigt. Der Wert dieses Gliedes ist jeweils Null, wenn es keine Interaktion innerhalb des Streuungsgrößen-Paares gibt.

Sind Interaktionen zwischen den Streuungsgrößen vernachlässigbar, so hat dies insbesondere Bedeutung für die im folgenden Abschnitt beschriebenen Moment-Methoden. Man kann dann mit vereinfachten Funktionsansätzen arbeiten, welche einen geringeren Berechnungsaufwand erfordern.

Globale Sensitivität S_G (Definition):

- Quantifiziert (in %) die anteilige Wirkung einer Streuungsgröße X_i auf die Streuung einer Ausgangsgröße Y .
- *Haupteffekt* S_H : Berücksichtigt nur die direkte Wirkung von X_i auf die Streuung von Y .
- *Totaleffekt* S_T : Berücksichtigt auch die indirekte Wirkung von X_i auf die Streuung von Y infolge der Änderung des Einflusses der anderen Streuungsgrößen X_j .

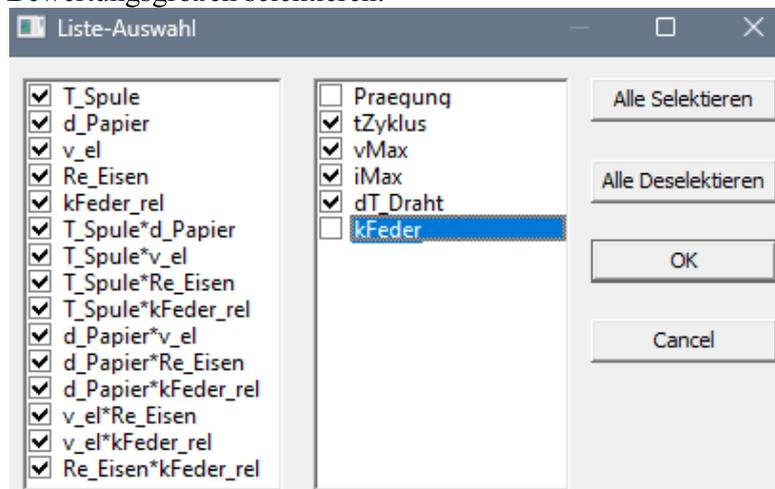
Interaktion-Charts zeigen für die ausgewählten Bewertungsgrößen nur der Anteil der indirekten Wirkungen geordnet nach der Größe des hervorgerufenen Effektes:



- Die größte indirekte Wirkung gibt es laut dieser Charts zwischen der Streuung der Federsteife und der Papierdicke bzw. bei der Zykluszeit der Wirbelstrom-Streuung.
- Diesen indirekten Einfluss von wenigen Prozent kann man hier vernachlässigen. Unser Simulationsmodell ist auf Grund der getroffenen Vereinfachungen sicher wesentlich ungenauer!

Sensitivitäten-Matrix ermöglicht die komplette Übersicht über alle Effekte und Interaktionen zwischen den Toleranzen und den Bewertungsgrößen. Darin sind für jede Bewertungsgröße jeweils die Werte des Haupt- und des Totaleffekts in Bezug zu jeder Toleranzgröße aufgelistet:

- Über die vorangestellte Auswahl-Liste kann man die interessierenden Parameter-Streuungen und deren Interaktionen sowie die Bewertungsgrößen selektieren:



- Die momentan unrelevante "**Praegung**" und die Hilfsgröße "**kFeder**" wurden im Beispiel ausgeblendet, um den Umfang der Darstellung zu reduzieren:

	tZyklus	vMax	iMax	dT_Draht				
T_Spule	0,19	0,21	0,18	0,27	0,39	1,00	13,83	14,65
d_Papier	0,20	0,61	76,74	85,05	67,28	85,84	73,12	76,77
v_el	5,74	5,90	3,17	4,92	2,93	8,04	0,61	1,17
Re_Eisen	46,02	46,79	0,00	0,02	0,41	0,70	0,03	0,06
kFeder_rel	46,92	47,42	11,27	18,38	8,69	24,73	8,37	11,39
T_Spule*d_Papier	0,02	0,02	0,08	0,08	0,43	0,43	0,59	0,59
T_Spule*v_el	0,00	0,00	0,01	0,01	0,03	0,03	0,00	0,00
T_Spule*Re_Eisen	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,03	0,00	0,00
T_Spule*kFeder_rel	0,01	0,01	0,00	0,00	0,12	0,12	0,23	0,23
d_Papier*v_el	0,11	0,11	1,42	1,42	3,60	3,60	0,41	0,41
d_Papier*Re_Eisen	0,29	0,29	0,02	0,02	0,09	0,09	0,00	0,00
d_Papier*kFeder_rel	0,00	0,00	6,79	6,79	14,44	14,44	2,64	2,64
v_el*Re_Eisen	0,02	0,02	0,00	0,00	0,09	0,09	0,01	0,01
v_el*kFeder_rel	0,03	0,03	0,31	0,31	1,39	1,39	0,14	0,14
Re_Eisen*kFeder_rel	0,46	0,46	0,00	0,00	0,09	0,09	0,02	0,02

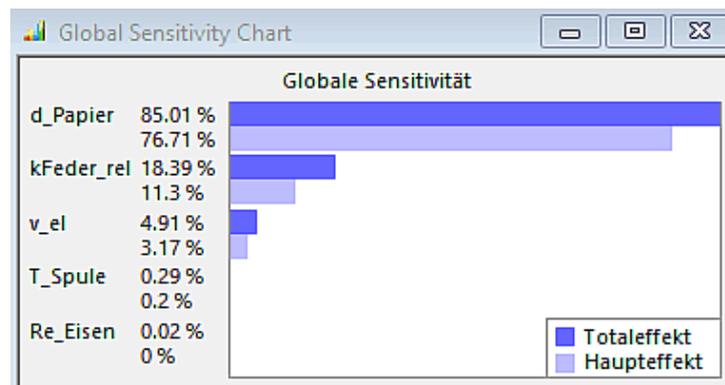
- Haupt-Effekt = grün / Total-Effekt = blau

Globales Sensitivität Chart ist ein etwas unglücklich gewählter Begriff für die globale Sensitivitäten in Bezug auf eine globale Bewertungsfunktion:

- Wenn in einem Experiment mehrere Restriktionen und Kriterien $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ mit den Gewichtungsfaktoren $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ existieren, so ergibt sich die globale Funktion f aus der gewichteten Summe aus allen Restriktionen und Kriterien des Experiments:

$$f = w_1*f_1 + w_2*f_2 + w_3*f_3 + \dots + w_n*f_n$$

- Der globale Sensitivität-Chart zeigt die Effektstärken aller Experimentparameter in Bezug auf diese globale Funktion f :



- Das Ergebnis wird nicht unseren Vorstellungen für die zu berücksichtigenden Streuungen entsprechen. Der Wirbelstrom erscheint darin als irrelevant, obwohl er in Hinblick auf die Zykluszeit einen großen Effekt besitzt.
- Dafür gibt es zwei Ursachen, deren Beseitigung einen großen Vorbereitungsanfang erfordern:
 - **Normierung der Streuung der Bewertungsgrößen** ist aufgrund unterschiedlicher Zahlenwerte erforderlich
 - **Wichtung der Bewertungsgrößen** muss an die Bedeutung für die stabile Funktion angepasst werden (z.B. "Praegung" und "kFeder" mit Wichtung=0, da hier deren Effektgrößen ohne Relevanz sind)
- Bewertungsgrößen besitzen im *OptiY*-Experiment jeweils nur einen Gewichtungsfaktor. Diesen muss man in ein Produkt aus Normierungsfaktor und Wichtung zerlegen.

Hinweis:

- Im Rahmen dieser Übung verfolgen wir die aufwändige Bestimmung der "richtigen" Gewichtungsfaktoren für eine verwertbare Aussage dieses "Globalen Sensitivität Chart" nicht weiter!

- Die sorgfältige Analyse der globalen Sensitivitäten für die einzelnen Bewertungsgrößen führt im Beispiel zu besser nachvollziehbaren Ergebnissen.

Experiment-Ergebnisse

Für das eigene Nennwert-Optimum sind von den Teilnehmern der Lehrveranstaltung mit der Latin-Hypercube-Simulation folgende Fragen als Bestandteil der einzusendenden Lösung zu beantworten:

- **Welche drei streuungsbehafteten Parameter** besitzen den größten Einfluss auf das Verhalten des Prägenadel-Antriebs? Die Entscheidung ist zu begründen!
- **Wie ändern sich die Total-Effekte** (vorher / nachher) von Feder-Streuung und Papier-Streuung auf die relevanten Bewertungsgrößen, wenn man die beiden Parameter-Streuungen mit dem geringsten Effekt vernachlässigt?
- Zusätzlich sind in der vorgegebenen Lösungstabelle vergleichend (vorher / nachher) folgende Werte der relevanten Bewertungsgrößen aus dem virtuellen Entwurf aufzulisten, wenn man die zwei Streuungen mit dem geringsten Effekt bei der probabilistischen Simulation vernachlässigt:
 1. **Mittelwerte**
 2. **Maximal- und Minimalwerte** anhand der Verteilungsdichte-Diagramme
 3. **Teilversagenswahrscheinlichkeiten**

Hinweise:

- Wir setzen vor den erforderlichen Experimenten nur im virtuellen Entwurf die Toleranz der zu vernachlässigenden Streuungen auf einen sehr kleinen Wert (auf **1/1000** der Original-Toleranz → für problemlose Rückänderung).
- Erforderlich ist über die entsprechenden Button "**Sensitivitäten neu berechnen**" und "**Probabilistik neu berechnen**"!

Vorbereitung der Lösungseinsendung:

- Konfiguration des Experiments mit den beiden reduzierten Streuungen und den zugehörigen vollständig berechneten Ergebnissen.
- Der Workflow und alle Analyse-Fenster sind zu minimieren, mit Ausnahme der beiden zuletzt benutzten:
 1. **Verteilungsdichten** der relevanten Restriktionsgrößen
 2. **Sensitivity Chart** der relevanten Restriktionen
- **Datei > Speichern unter > Etappe4_xx_Sample.opy** mit xx=Teilnehmer-Nr. (nur ein Experiment innerhalb der .opy-Projektdatei zur Vermeidung von Verwaltungsproblemen).
- Vor Bearbeitung des nächsten Übungsabschnittes sind das *OptiY* und das *SimulationX* ohne Speichern der offenen Dateien zu beenden!

← →

Abgerufen von „http://index.php?title=Software:_SimX_-_Nadelantrieb_-_Probabilistik_-_Latin-Hypercube&oldid=28327“

Software: SimX - Nadelantrieb - Probabilistik - Moment-Methoden

Aus OptiYummy

↑

← →

Moment-Methoden (Überblick)

Vergleichend zur probabilistischen Simulation mit der *Sample-Methode Latin Hypercube Sampling* soll nun der analytische Ansatz der *Moment-Methode* betrachtet werden:

- Wir nutzen die vorhandene .opy-Projektdatei **Etappe4_xx.opy**, welche für das Latin Hypercube Sampling mit 5 Streuungen konfiguriert ist.
- Um den aktuellen Zustand als Sicherungskopie zu erhalten, erzeugen wir eine separate Datei -> **Datei > Speichern unter > Etappe4_xx_Moment.opy**
- Nach dem Öffnen dieser Datei kann man den Experiment-Workflow mit den konfigurierten Entwurfparameter-Streuungen und den Restriktionen unverändert nutzen.
- Das Umkonfigurieren der Versuchsplanung wird im Folgenden noch detailliert beschrieben.
- Alle Analyse-Fenster sollte man definiert schließen, um sich die mit der Moment-Methode verfügbaren Ergebnisse dann schrittweise zu erschließen.

Bei der Moment-Methode handelt sich um ein analytisches Verfahren. Für jede betrachtete Output-Größe eines Modells wird eine Funktion f gebildet, mit welcher sich der Wert der Output-Größe aus dem Variablenvektor x der n Streuergößen berechnen lässt:

- Für die Approximation jeder dieser Funktionen f wird eine **Taylor-Reihe** erster bzw. zweiter Ordnung benutzt (Glieder 1. Ordnung gelb):

$$f = f_0 + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j} (x_j - x_{0j}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} (x_j - x_{0j})^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k} (x_j - x_{0j})(x_k - x_{0k})$$

- Wenn Interaktionen zwischen Eingangsgrößen existieren, werden sie paarweise berücksichtigt. Die Ersatzfunktion f wird dafür um ein Glied mit linearen Kreuzableitungen (grün) ergänzt.
- Die statistischen **Momente** der Ausgangsgrößen werden näherungsweise aus den Momenten der Eingangsgrößen berechnet. Aus den ermittelten Momenten werden anschließend die Verteilungen der Ausgangsgrößen approximiert.

Die erforderlichen Ersatz-Übertragungsfunktionen werden durch die Berechnung von Stützstellen gewonnen:

Verfahren	Verhalten	Modellberechnungen	
		ohne Interaktion	mit Interaktion
First Order	linear	$n+1$	$2n^2-n+1$
Second Order	quadratisch	$2n+1$	$2n^2+1$

Bedingt durch die kombinatorische Abtastung des Modells steigt die benötigte Anzahl der Modell-Läufe quadratisch mit der Anzahl der Streuergößen n , wenn man Interaktionen zwischen den Streuergößen berücksichtigen muss:

- Im Unterschied zu den Sample-Verfahren ist deshalb das Wissen über existierende Interaktionen sehr wichtig für die Wahl einer optimalen Approximationsfunktion.

- Die Information über Interaktionen zwischen den Streuergößen gewinnt man aus dem Vergleich zwischen Haupt- und Total-Effekten der globalen Sensitivitäten.

Vorteile:

- Das Moment-Verfahren arbeitet sehr genau, wenn das Verhalten der Ausgangsgrößen im Streubereich annähernd lineare oder quadratische Abhängigkeiten zu den Streuergößen aufweist. Die Ergebnisse mit 4 Streuergößen sind dann vergleichbar mit einer Monte-Carlo-Simulation bei einer Stichprobengröße von 100 000.
- Da das Verfahren ohne Zufallszahlen arbeitet, ist es numerisch sehr stabil und erlaubt auch eine schnelle Optimierung unter Berücksichtigung von Streuergößen.

Nachteile:

- Nicht "Fehler-Tolerant":
 - Bei der Sample-Methode werden einzelne, abnormal beendete Simulationen in der Stichprobe einfach nicht berücksichtigt.
 - Bei der Moment-Methode muss jede Stützstelle korrekt berechnet werden, um die Ersatzfunktion zu generieren. Das stellt sehr hohe Ansprüche an die numerische Stabilität des Simulationsmodells!
- Hoher Rechenaufwand bei einer großen Anzahl von interagierenden Streuergößen.
- Die Teilversagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Restriktionen F_i können mit der Moment-Methode sehr genau berechnet werden, weil die Verteilungsdichten der Restriktionen bekannt sind. Aber die gesamte Systemversagenswahrscheinlichkeit F kann man damit im Unterschied zur Sample-Methode nicht ermitteln! Es wird deshalb eine Hilfsgröße F als Gütekriterium für die Optimierung berechnet, die sich aus den Teilversagenswahrscheinlichkeiten mit den Gewichtungsfaktoren w_i der einzelnen Restriktionen summiert:

$$F = \sum w_i \cdot F_i$$

← →

Abgerufen von „http://index.php?title=Software:_SimX_-_Nadelantrieb_-_Probabilistik_-_Moment-Methoden&oldid=28291“

Software: SimX - Nadelantrieb - Probabilistik - Second-Order

Aus OptiYummy

↑

← →

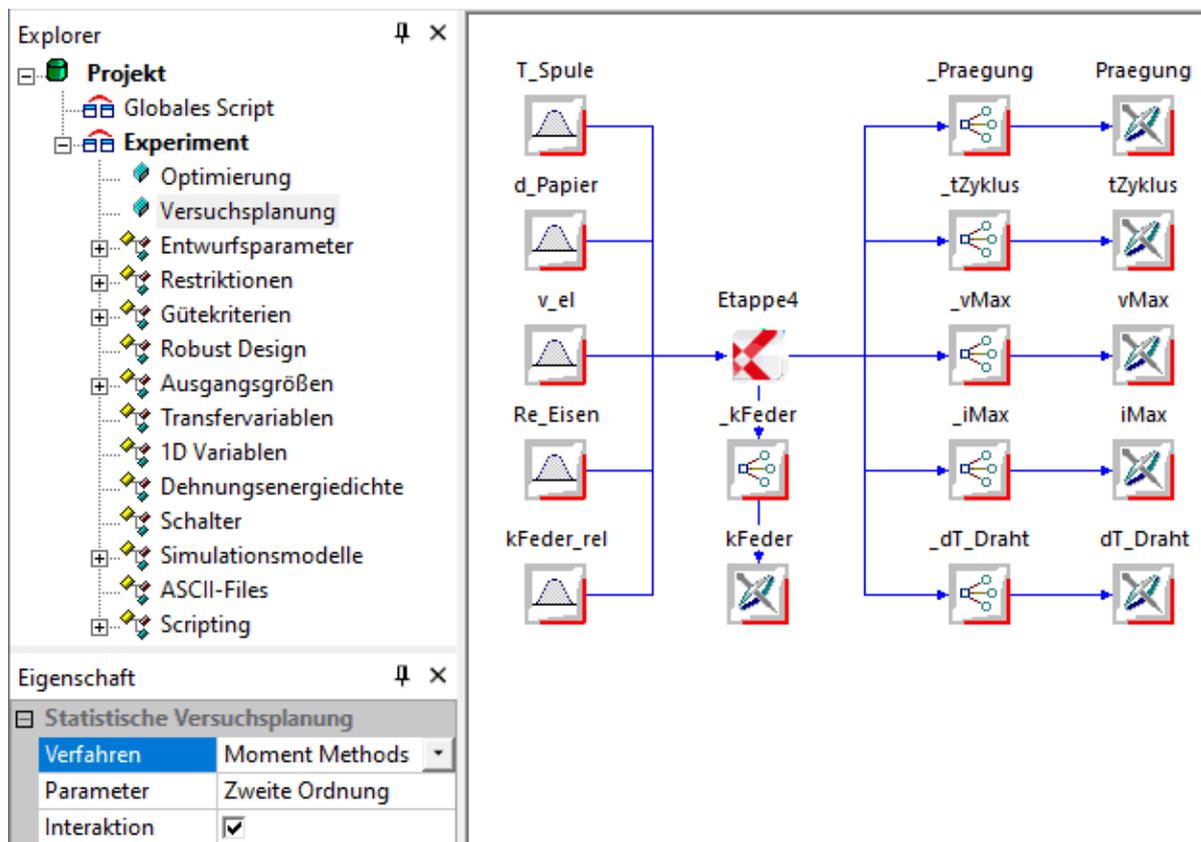
Second Order (Experimente)

□

Versuchsplanung

Im Prinzip stehen bei der Nutzung der Moment-Methode die gleichen Analyse-Werkzeuge zur Verfügung, wie bei den Sample-Verfahren. Nur im Detail existieren Unterschiede in Hinblick auf die Verfügbarkeit und Genauigkeit einzelner statistischer Kenngrößen.

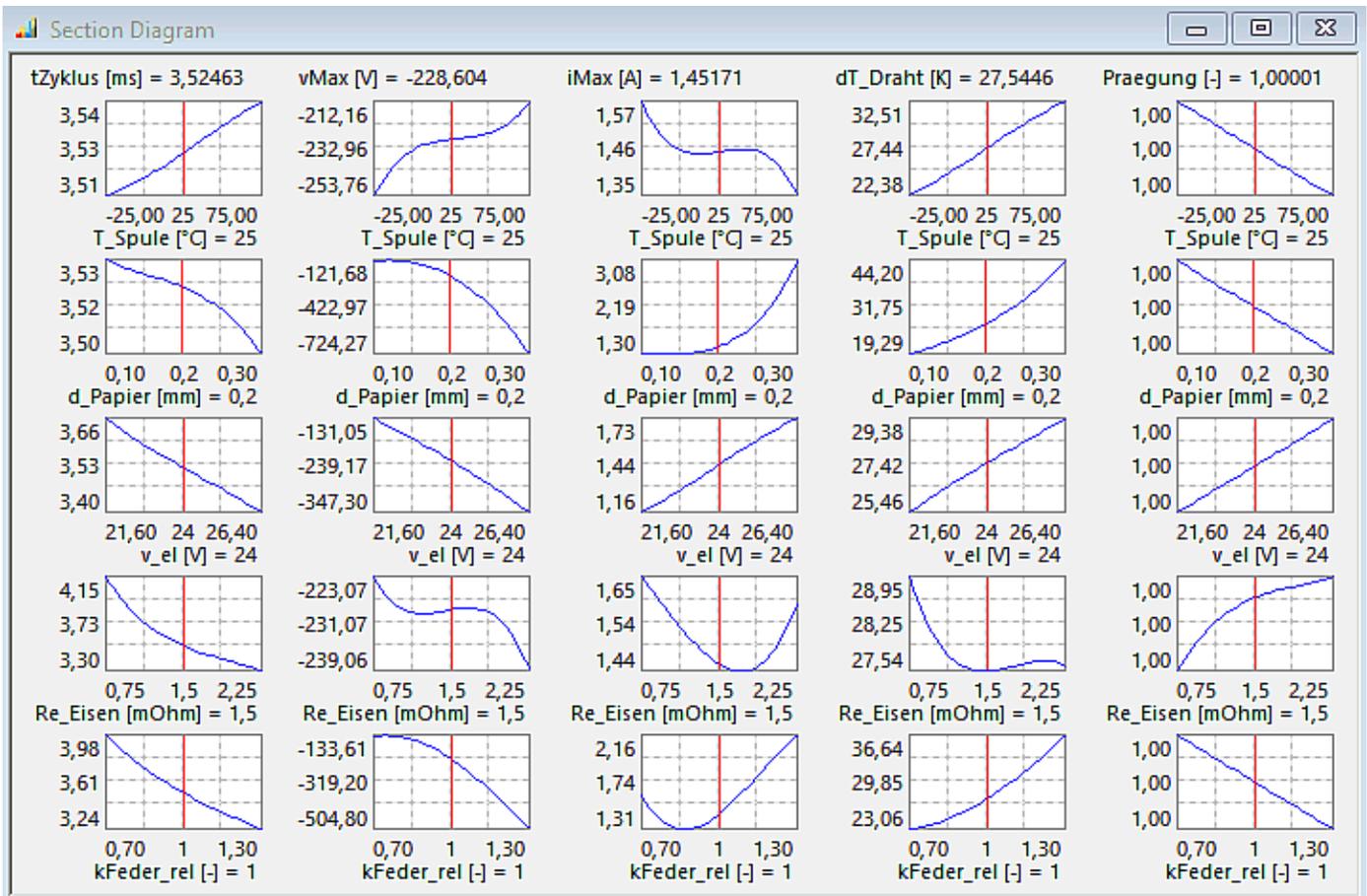
- Deshalb können wir mit dem vorhandenem Experiment-Workflow und den bereits konfigurierten Entwurfparametern (Streuungen) und Restriktionen beginnen:



- Umschalten müssen wir nur das Verfahren der Versuchsplanung auf die Moment-Methode.

Wir nutzen die Moment-Methode mit einer Taylorreihe 2. Ordnung zur Approximation und berücksichtigen die Interaktionen zwischen den Streuergößen:

- Ob Taylorreihen 2. Ordnung die tatsächlichen Zusammenhänge zwischen Streu- und Ausgangsgrößen hinreichend widerspiegeln, kann man nur im Vergleich mit Ersatzfunktionen höherer Ordnung erkennen.
- Aus unseren Erfahrungen mit der Sampling-Methode wissen wir bereits, dass die Zusammenhänge zwischen den Streu- und Ausgangsgrößen teilweise nichtlinear sind. Das konnte man in den Schnittdiagrammen mit Polynomen 3. Ordnung deutlich erkennen:



- Bei der *Moment-Methode* können höchsten Taylorreihen 2. Ordnung als Approximationsfunktion benutzt werden. Über Taylorreihen höherer Ordnung lassen sich die Verteilungen der Ausgangsgrößen durch die statistischen Momente mathematisch nicht mehr genau approximieren, weil sie (die Verteilungen) auch die Momente höherer Ordnungen enthalten müssten.

Visualisierung und Interpretation

Die reale "Stichprobe" beschränkt sich bei der Moment-Methode auf das kombinatorische Abtasten der Toleranzgrenzen bzw. der Toleranzmitten aller Streuergößen:

- Zuerst erfolgt eine Simulation des Nennwertes (zentrale Stützstelle im Streubereich), deren Daten man über die Nennwert-Tabelle abrufen kann. Da wir keine Optimierung, sondern nur eine Simulation durchführen, ist die eine Nennwert-Simulation gleichzeitig der Bestwert, welcher eine übersichtlichere Darstellung bietet:

Name	Werte	Einheit	Kommentar
T_Spule-Nominal	25	°C	Spulentemperatur für R_Spule
T_Spule-Tolerance	100	°C	Spulentemperatur für R_Spule
d_Papier-Nominal	0,2	mm	Papierdicke
d_Papier-Tolerance	0,2	mm	Papierdicke
v_el-Nominal	24	V	Spannung el. Netzteil
v_el-Tolerance	4,8	V	Spannung el. Netzteil
Re_Eisen-Nominal	1,5	mOhm	Wirbelstromwiderstand
Re_Eisen-Tolerance	1,5	mOhm	Wirbelstromwiderstand
kFeder_rel-Nominal	1	-	Federsteife (1=Nennwert)
kFeder_rel-Tolerance	0,6	-	Federsteife (1=Nennwert)
Praegung	1,00001	-	Praegungsmasz 0..1
tZyklus	3,52725	ms	Zykluszeit
vMax	-213,596	V	max. Spulenspannung
iMax	1,50049	A	max. Spulenstrom
dT_Draht	27,8143	K	Temp.erhöhung Dauerbetrieb
kFeder	35,77	N/mm	Federsteife

■ **Hinweise:**

1. Auch bei der Sample-Methode erfolgte zuerst eine Nennwert-Simulation.
2. Dieser "Nennwert" entspricht im Beispiel nicht exakt dem "Bestwert" der Nennwert-Optimierung.
Ursache ist die unterschiedliche Spulentemperatur für beide Simulationen (25°C bzw. 90°C)!

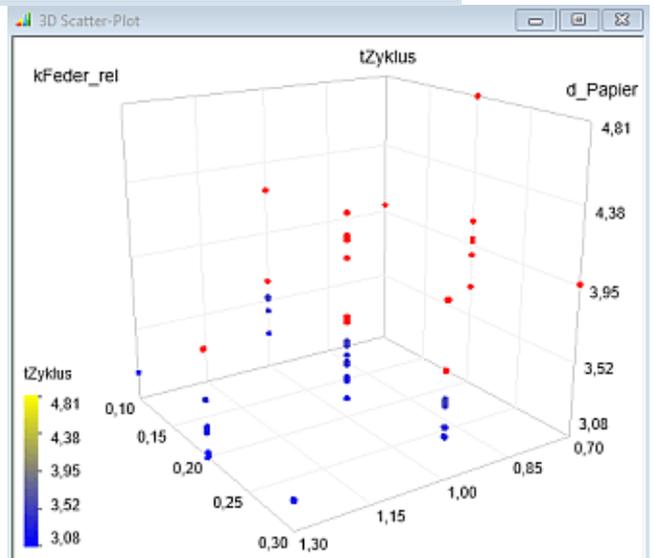
- Eine komplette Übersicht über die restlichen Modellberechnungen der Stichprobe erhält man in "Echtzeit" mittels der DOE-Tabelle:

No	T_Spule	d_Papier	v_el	Re_Eisen	kFeder_rel	Praegung	tZyklus	vMax	iMax	dT_Draht	Status
0	75	0,2	24	1,5	1	1,00001317	3,53982733	-202,868466	1,49135412	32,9721488	Ok
1	25	0,3	24	1,5	1	1,00001221	3,51136392	-715,155273	3,05035009	43,8794165	Ok
2	25	0,2	26,4	1,5	1	1,00001421	3,41106932	-371,416953	1,59036228	29,4821081	Ok
3	25	0,2	24	2,25	1	1,00001332	3,31437597	-213,891043	1,46068048	27,6963187	Ok
4	25	0,2	24	1,5	1,3	1,00001239	3,24122605	-527,232541	2,25144678	35,1830997	Ok
5	-25	0,2	24	1,5	1	1,00001342	3,51494324	-226,306481	1,50924452	22,6124838	Ok
6	25	0,1	24	1,5	1	1,00001144	3,53359667	-119,240819	1,2950015	19,1226817	Ok
7	25	0,2	21,6	1,5	1	1,00001239	3,67069133	-154,542917	1,43693748	26,742615	Ok
8	25	0,2	24	0,75	1	1,00001322	4,14033837	-213,970645	1,61417915	28,6253226	Ok
9	25	0,2	24	1,5	0,7	1,00001423	3,97957087	-139,00793	1,48075483	22,6392467	Ok
10	75	0,3	24	1,5	1	1,00001209	3,52894008	-680,59094	2,90335924	51,3943103	Ok
11	75	0,2	26,4	1,5	1	1,00001408	3,42161721	-344,624829	1,55329165	34,8082872	Ok
12	75	0,2	24	2,25	1	1,00001132	3,32660614	-203,176699	1,45306425	32,8437259	Ok
13	75	0,2	24	1,5	1,3	1,00001228	3,25711705	-504,139681	2,15323749	41,494715	Ok
14	25	0,3	26,4	1,5	1	1,00001294	3,3768243	-942,101844	4,01647621	50,8485859	Ok
15	25	0,3	24	2,25	1	1,00001223	3,32396231	-737,568565	3,00920169	43,9087883	Ok
16	25	0,3	24	1,5	1,3	1,00001104	3,24563993	-1202,14133	5,12066738	72,7054034	Ok
17	25	0,2	26,4	2,25	1	1,00001423	3,19750456	-377,802066	1,54509448	29,3349971	Ok
18	25	0,2	26,4	1,5	1,3	1,00001317	3,10684192	-719,153132	3,06866045	39,2643425	Ok
19	25	0,2	24	2,25	1,3	1,00001241	3,08192454	-540,368085	2,20618362	34,7286693	Ok
20	-25	0,1	24	1,5	1	1,00001452	3,52641689	-120,90182	1,30164943	15,5185118	Ok
21	-25	0,2	21,6	1,5	1	1,00001225	3,65529568	-158,578161	1,44647935	21,7018269	Ok
22	-25	0,2	24	0,75	1	1,00001336	4,12715613	-227,10522	1,62530915	23,2993447	Ok
23	-25	0,2	24	1,5	0,7	1,00001436	3,97088712	-142,722593	1,48941194	18,3884331	Ok
24	25	0,1	21,6	1,5	1	1,00001337	3,64109836	-105,744717	1,23865774	18,477339	Ok
25	25	0,1	24	0,75	1	1,00001432	4,21349704	-132,879705	1,41083213	19,989817	Ok
26	25	0,1	24	1,5	0,7	1,00001535	3,99119654	-107,258154	1,28036591	15,8474896	Ok
27	25	0,2	21,6	0,75	1	1,00001232	4,2786673	-159,838174	1,5383408	27,4189479	Ok
28	25	0,2	21,6	1,5	0,7	1,00001323	4,09154389	-116,410835	1,41525633	21,8347721	Ok
29	25	0,2	24	0,75	0,7	1,00001415	4,81497037	-149,655745	1,59478573	22,6942187	Ok
30	75	0,1	24	1,5	1	1,00001428	3,54094844	-117,687877	1,28830812	22,703695	Ok
31	75	0,2	21,6	1,5	1	1,00001227	3,6854253	-150,960763	1,42790156	31,7548433	Ok
32	75	0,2	24	0,75	1	1,00001309	4,15377123	-203,078228	1,60306573	33,8962503	Ok
33	75	0,2	24	1,5	0,7	1,0000141	3,98841462	-135,670994	1,47213197	26,85667	Ok
34	25	0,3	21,6	1,5	1	1,00001148	3,68239964	-520,912725	2,232655	39,834195	Ok
35	25	0,3	24	0,75	1	1,00001216	4,04922901	-657,812823	3,17267667	44,4682492	Ok
36	25	0,3	24	1,5	0,7	1,00001326	3,95748858	-315,147509	1,68687271	31,899785	Ok
37	25	0,2	26,4	0,75	1	1,00001413	4,02667373	-355,749995	1,7289579	30,4324169	Ok
38	25	0,2	26,4	1,5	0,7	1,00001521	3,88669674	-187,048901	1,54439123	23,6102942	Ok
39	25	0,2	24	2,25	0,7	1,00001426	3,69117282	-134,864126	1,44197432	22,8019306	Ok
40	-25	0,3	24	1,5	1	1,00001233	3,49428549	-752,527482	3,20928321	36,1623701	Ok
41	-25	0,2	26,4	1,5	1	1,00001433	3,40070497	-400,36845	1,71346892	24,0808001	Ok
42	-25	0,2	24	2,25	1	1,00001344	3,30240824	-226,495235	1,46874861	22,5082757	Ok
43	-25	0,2	24	1,5	1,3	1,0000125	3,22574344	-552,181681	2,35755106	28,7713423	Ok
44	25	0,1	26,4	1,5	1	1,00001543	3,44811003	-140,618337	1,35070426	19,8654867	Ok
45	25	0,1	24	2,25	1	1,00001443	3,29773275	-113,792755	1,2553755	18,9467184	Ok
46	25	0,1	24	1,5	1,3	1,00001354	3,24672093	-147,144714	1,30986381	22,4571878	Ok
47	25	0,2	21,6	2,25	1	1,00001241	3,4593555	-152,581301	1,40361167	26,6562851	Ok
48	25	0,2	21,6	1,5	1,3	1,00001166	3,41224705	-376,012764	1,60727078	32,9026115	Ok
49	25	0,2	24	0,75	1,3	1,00001234	3,69646049	-493,644907	2,38661165	36,9714498	Ok

- Die berechneten Stützstellen der DOE-Tabelle kann man (ebenfalls in Echtzeit) in Anthil-Plots darstellen. Je nach Belegung der Achsen erkennt man darin recht anschaulich das Abtastungsschema innerhalb des Streubereiches der Parameter.

Wichtig:

- Die Taylorreihen (als Ersatzfunktionen) der Momenten-Methode und damit die Probabilistik können nur berechnet werden, wenn alle Stützstellen erfolgreich simuliert wurden (**Status=Ok**)! Bei den Sample-Methoden verringern "erfolglose" Simulationen nur die Größe der nutzbaren Stichprobe.
1. Die Diode als numerisch kritisches Modell-Element kann hier zu Problemen führen, indem einzelne Simulationsläufe mit "Status=Failed" enden.

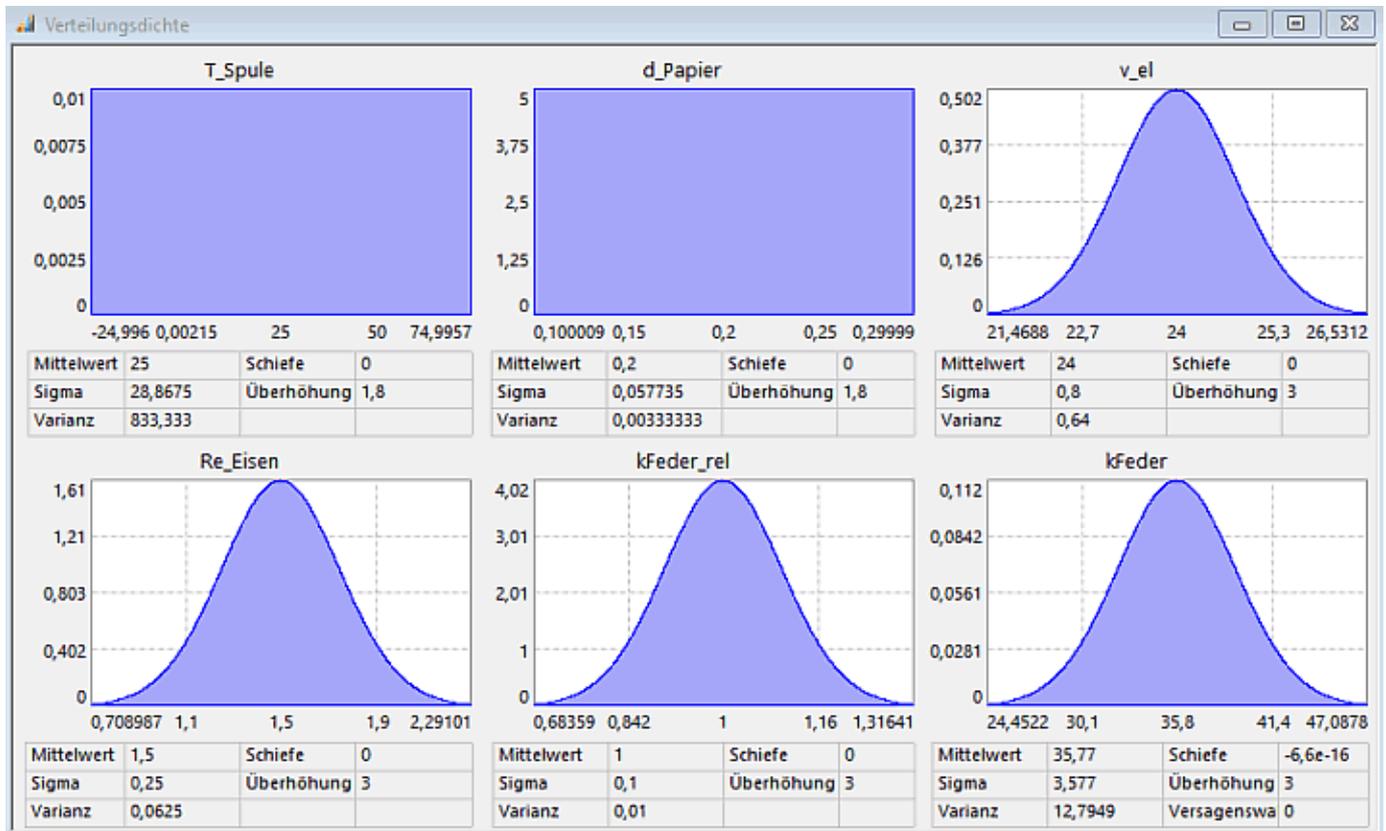


2. Bekommt man dieses Problem mit der Diode nicht durch eine verbesserte Konfiguration der numerischen Integration in den Griff, muss man die Diode durch eine direkte Verbindung ersetzen!. Es entsteht dadurch jedoch ein geringer Parallelstrom zur Spule im eingeschalteten Zustand.

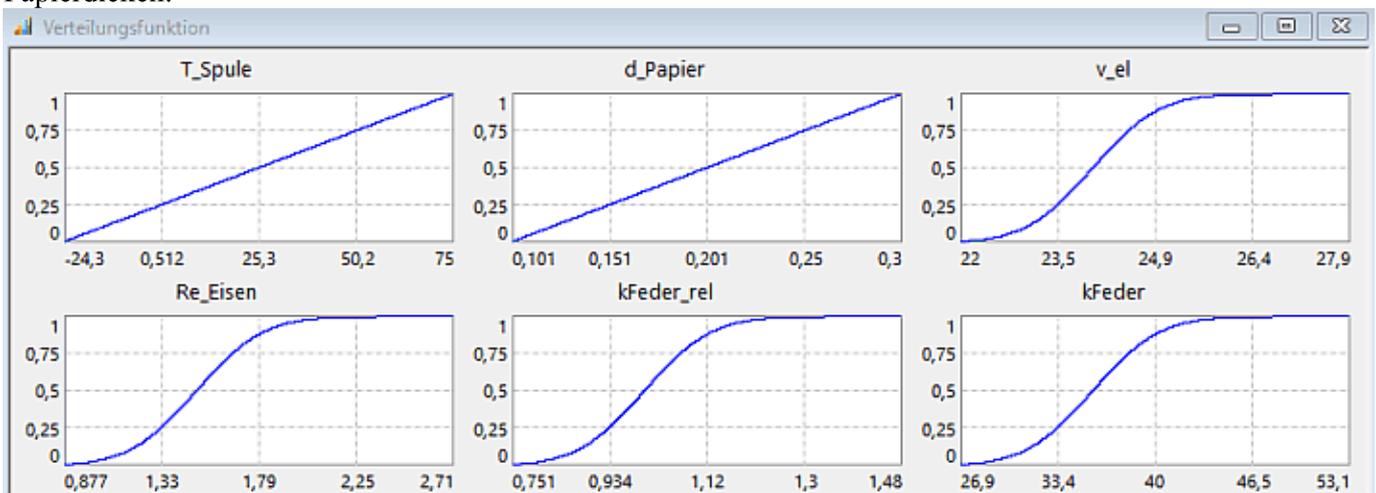
- Bei der Nutzung der Moment-Methode stehen Histogramme und Korrelationen nicht zur Verfügung (im Analyse-Menü inaktiv).

Streuungen

Analyse > Probabilistik > Verteilungsdichten > Entwurfparameter > Streuungen zeigt für die gewählten Streuungen (ergänzt um die Hilfsrestriktionsgröße "kFeder") die "perfekten" **Verteilungsdichtefunktionen**:



- Die Fläche unter einer Verteilungsdichte-Funktion besitzt immer den Wert 1.
- Die Verteilungsdichte-Funktionen sind die Ableitungen der zugehörigen Verteilungsfunktionen nach ihrer Streugröße. Das erkennt man besonders deutlicher am Beispiel der gleichverteilten Spulentemperaturen und Papierdicken:

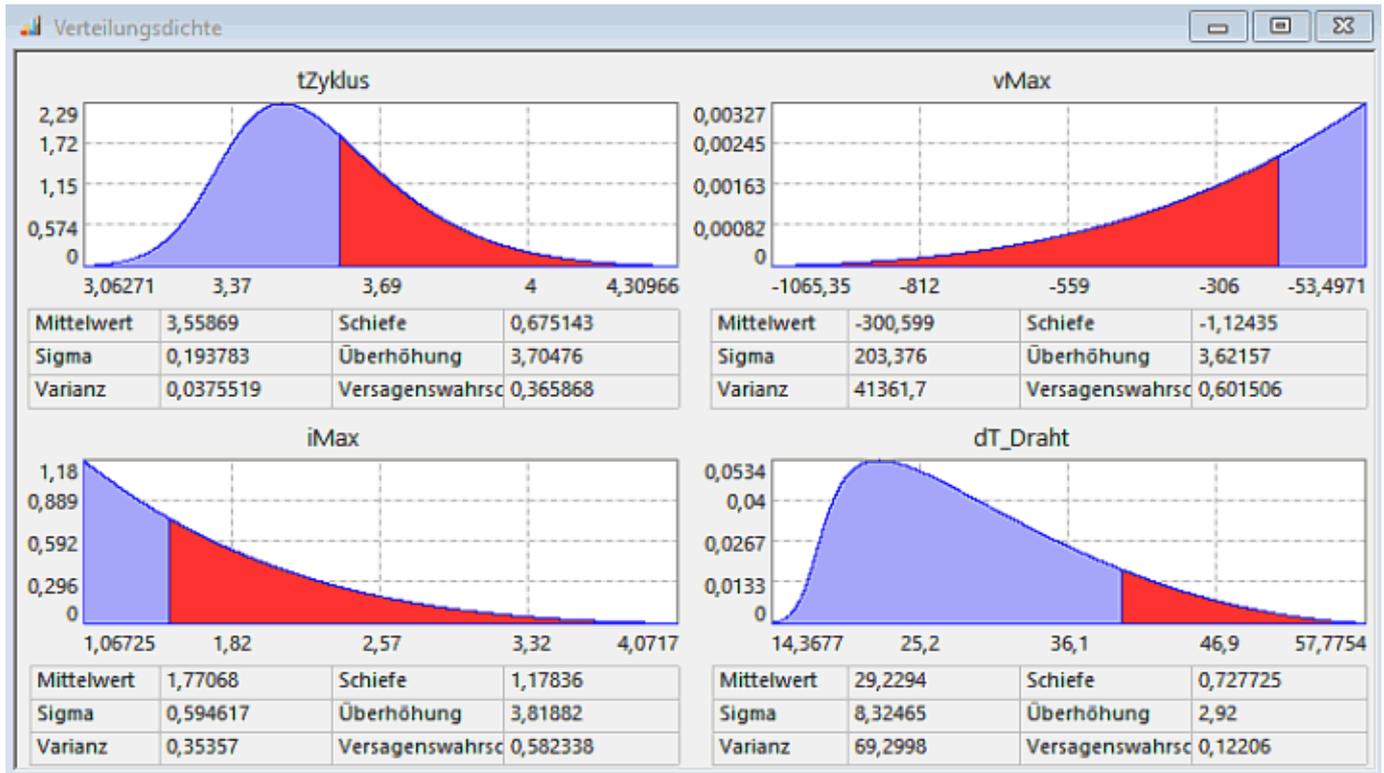


Restriktionsgrößen

Beachte: Für die "Hilfsgrößen" im Workflow (Ausgangsgrößen und Transfervariablen) werden keine Ersatzfunktionen approximiert. Deshalb erfolgt für diese Hilfsgrößen auch keine Probabilistik-Berechnung.

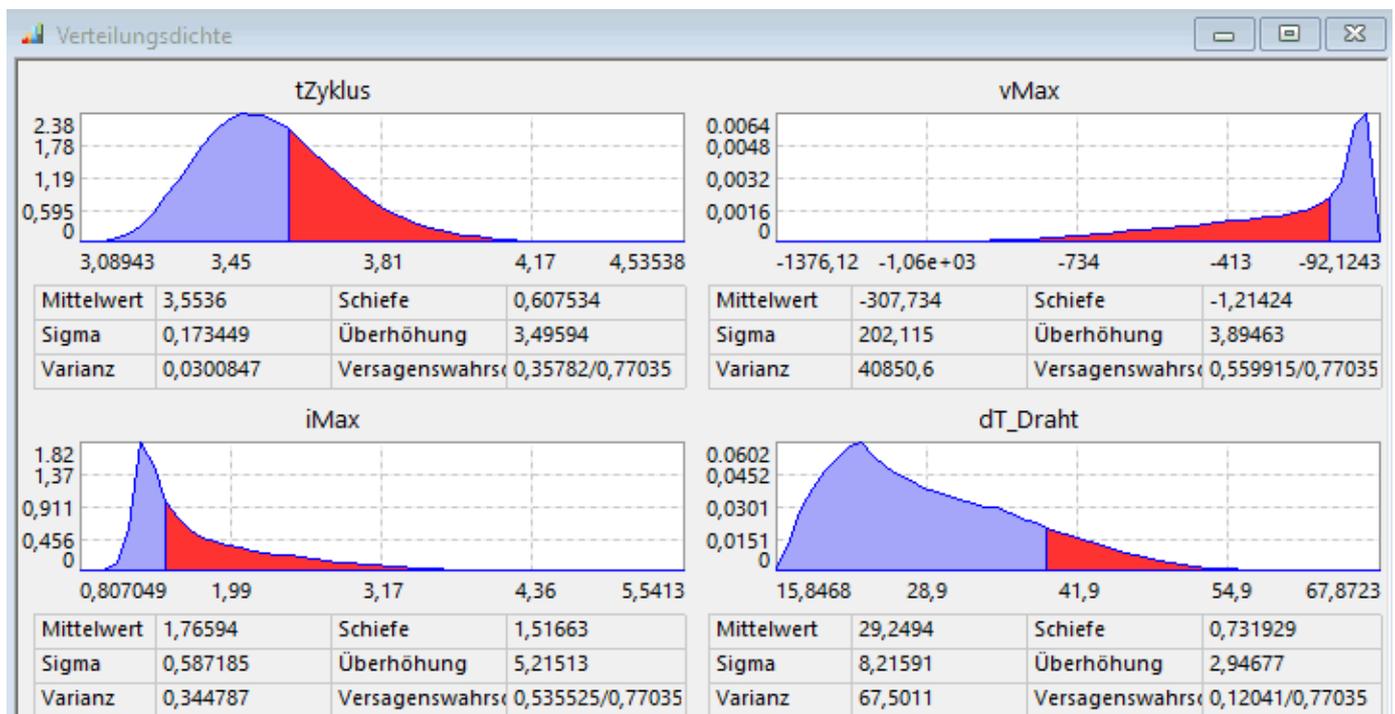
Die Verteilungsdichten der Ergebnisgrößen werden auf Grundlage der approximierten Taylorreihen 2. Ordnung und der darüber transformierten statistischen Momente der streuenden Eingangsgrößen für alle Restriktionen/Gütekriterien des Workflows berechnet:

- Bei den Restriktionsgrößen interessiert vor allem, in welchem Maße infolge der Streuungen unzulässige Werte auftreten:



- Im Beispiel wurden bei der Nennwert-Optimierung die maximale Abschaltspannung und der Maximalstrom ausgereizt. Das äußert sich in einer Teilversagenswahrscheinlichkeit von mehr als 50% für beide Restriktionsgrößen.
- Der Grenzwert von 40 K für die Drahterwärmung wird "praktisch" kaum überschritten.
- Hinweis:** Leider kann man anhand der dargestellten Grenzwerte nur näherungsweise die tatsächlichen Grenzen der Streubereiche abschätzen. OptiY schneidet Werte der Dichtefunktion ab, die kleiner als 1/100 ihres Maximalwertes sind.

Dazu im Vergleich die Simulationsergebnisse des Latin-Hypercube-Sampling:



- Qualitativ und in Hinblick auf die Teilversagenswahrscheinlichkeiten stimmen die Ergebnisse recht gut überein.
- Im Unterschied zur Sampling-Methode wird bei der Momenten-Methode nicht die Gesamtversagenswahrscheinlichkeit in die Legende der Diagramme eingebündelt.

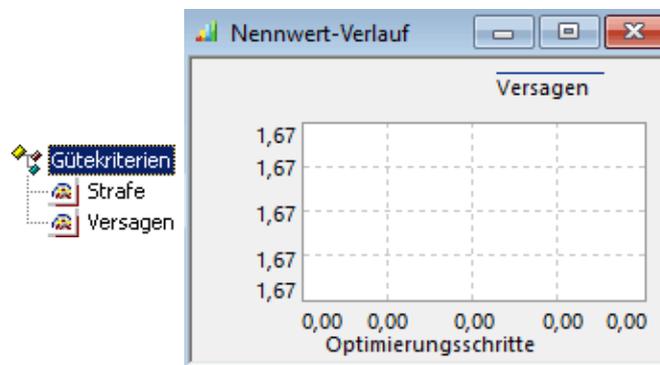
Versagenswahrscheinlichkeit

Die Teilversagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Restriktionen F_i können mit der Moment-Methode sehr genau berechnet werden, weil die Verteilungsdichten der Restriktionen bekannt sind. Aber die gesamte Systemversagenswahrscheinlichkeit F kann man damit nicht analytisch ermitteln:

- Es wird eine Hilfsgröße F berechnet, die sich aus den Teilversagenswahrscheinlichkeiten F_i mit den Gewichtungsfaktoren w_i der einzelnen Restriktionen summiert:

$$F = \sum w_i \cdot F_i$$

- Diese Hilfsgröße F wird als Maß für das Versagen im OptiY-Explorer als Bestandteil der Gütekriterien aufgelistet. Den Wert kann man sich z.B. in einem "Nennwert-Verlauf"-Fenster anzeigen lassen:



- Bei einem $Versagen > 1$ wird spätestens klar, dass dieser Wert F nur ein "Maß" für die Gesamtversagenswahrscheinlichkeit ist:
 - Damit erhält man für die Minimierung der Versagenswahrscheinlichkeit mittels numerischer Optimierung ein stetiges und eindeutiges Maß für die vergleichende Bewertung von Lösungen.
 - "Versagen=0" als Zielstellung einer Ausschuss-Minimierung bedeutend dann im Rahmen der Modellgenauigkeit "kein Ausschuss".
 - Die Gewichtungsfaktoren w_i der Restriktionen lassen wir vorläufig unverändert auf dem Wert=1.

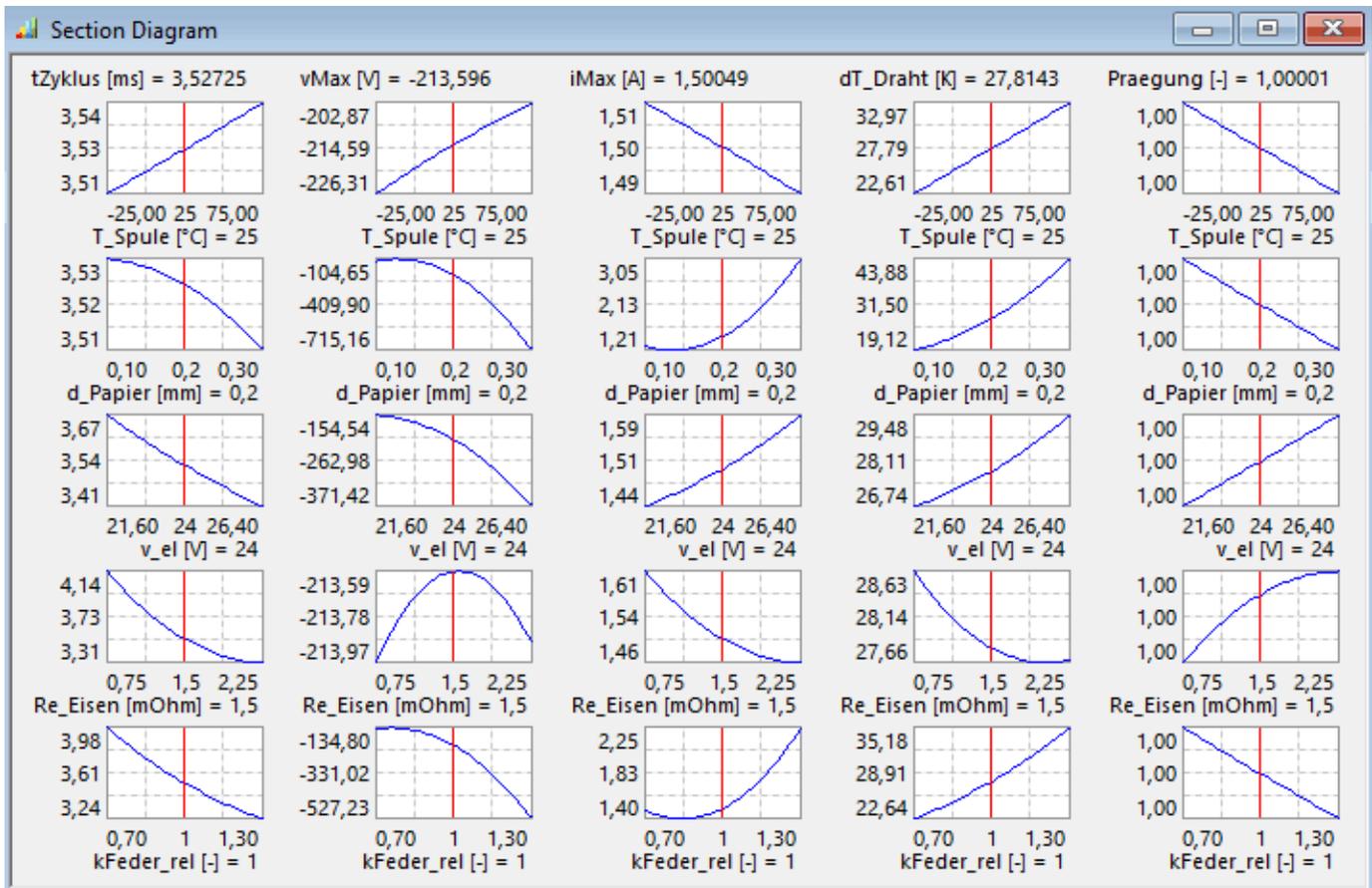
Sensitivitäten

Die Korrelationskoeffizienten stehen bei der Moment-Methode nicht als Ergebniswerte zur Verfügung. Auf Grundlage der Sensitivitäten kann man jedoch viel besser die Auswirkung der einzelnen Streuungen auf das Modellverhalten abschätzen.

Lokale Sensitivität

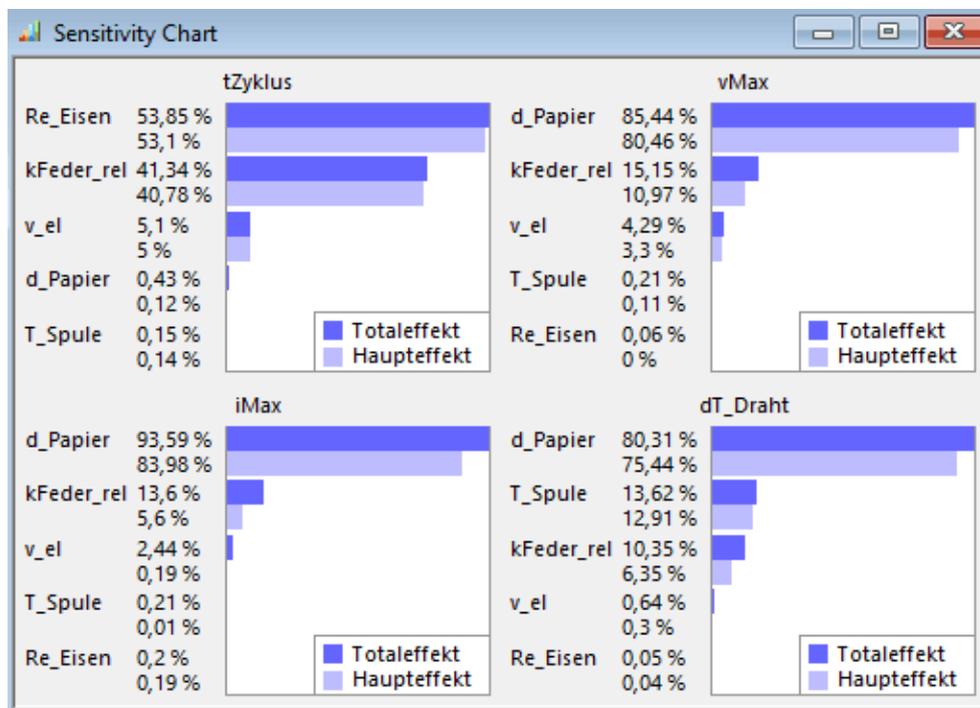
Auch für die Moment-Methode werden die lokalen Sensitivitäten als Schnittdiagramme bereitgestellt (**Analyse > Antwortflächen > 1D Diagramm**):

- Die Antwortflächen werden in diesem Falle durch die approximierten Taylorreihen 2. Ordnung gebildet.
- Im Unterschied zur Sample-Methode erfolgt die Gewinnung dieser Ersatzfunktion auf Grundlage einer systematischen Abtastung des Modells an einer minimalen Anzahl definierter Stützstellen:



- **Hinweis:** Anhand der Krümmungen der Schnittfunktionen insbesondere bei großen ΔY -Werten kann man schlussfolgern, dass die Wahl einer linearen Ersatzfunktion (*First Order*) wahrscheinlich eine unzulässige Vereinfachung darstellen würde.

Globale Sensitivitäten



Den Sensitivität-Charts kann man, wie vom Sampling-Experiment bereits bekannt, zwei wesentliche Informationen entnehmen:

1. Welche Streuungen haben einen vernachlässigbaren Einfluss auf die betrachteten Bewertungsgrößen?
2. Existieren merkbare Interaktionen zwischen den Streuungen?

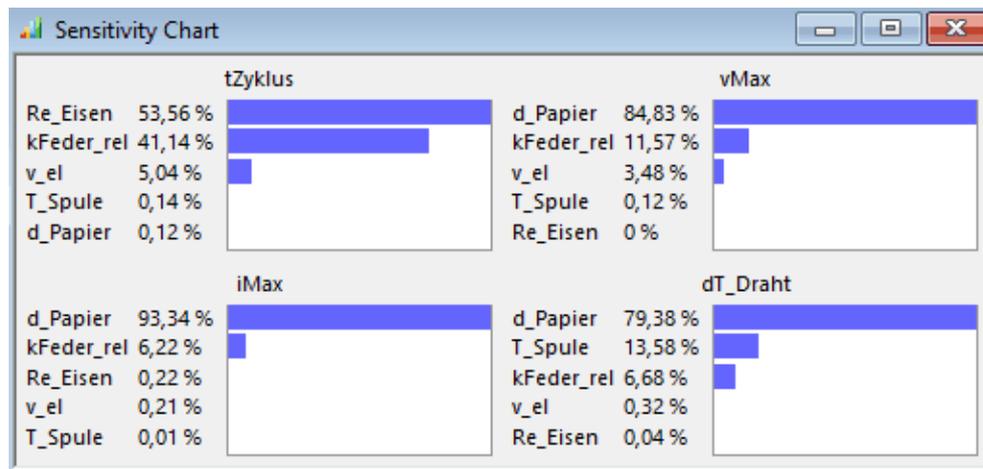
Sind Haupt- und Totaleffekt wertmäßig ungefähr gleich, so kann man die Interaktionen zwischen den Streuungsgrößen vernachlässigen:

- Damit entfallen die Modellberechnungen für die Gewinnung der Interaktionsinformationen.
- Für 5 Streuergößen reduziert sich damit der Berechnungsaufwand von $2n^2+1=51$ auf $2n+1=11$ auf fast ein Fünftel!

Eigenschaft	
Statistische Versuchsplanung	
Verfahren	Moment Methods
Parameter	Zweite Ordnung
Interaktion	<input type="checkbox"/>

Im Beispiel weichen die Werte für einige Haupt- und Totaleffekte insbesondere für den Maximalstrom und die Erwärmung merklich voneinander ab. Ob man dabei noch von "ungefähr gleich" sprechen kann, ist schwer zu entscheiden, solange man die Auswirkungen auf die Genauigkeit der probabilistischen Simulation nicht kennt:

- Man sollte in diesem Fall die Ergebnisse der probabilistischen Simulation mit und ohne Berücksichtigung der Interaktionen vergleichen.
- Nach erneuter Simulation (*Interaktion=false*) werden in den Sensitivitäts-Charts nur die Haupteffekte angezeigt:



Kann man nach gründlicher Analyse der globalen Sensitivitäten z.B. 2 Streuungen vernachlässigen und aus dem Experiment-Workflow entfernen, so ergibt das eine weitere Verringerung des Berechnungsaufwandes auf $2n+1=7$:

- Insbesondere in Vorbereitung einer geplanten probabilistischen Optimierung ist eine tiefgründige Analyse der Modelleigenschaften unbedingt erforderlich.
- Ausgehend von genaueren, aber auch zeitaufwändigeren Simulationen sollte man die "Stichproben-Simulation" soweit es geht "abrüsten", ohne dabei wesentlich an Genauigkeit einzubüßen.

Experiment-Ergebnisse

Für das eigene Nennwert-Optimum sind von den Teilnehmern der Lehrveranstaltung auf Grundlage der Simulation mittels Moment-Methode folgende Fragen als Bestandteil der einzusendenden Lösung zu beantworten:

- **Welche drei streuungsbehafteten Parameter** besitzen den größten Einfluss auf das Verhalten des Prägenadel-Antriebs? Die Entscheidung ist zu begründen!
- **Wie ändern sich die Total-Effekte** (vorher / nachher) von Feder-Streuung und Papier-Streuung auf die relevanten Bewertungsgrößen, wenn man die beiden Parameter-Streuungen mit dem geringsten Effekt vernachlässigt?
- **Wirkung der Interaktionen** → Zusätzlich sind für die auf 3 Streuungen reduzierte probabilistische Simulation vergleichend (vorher / nachher) folgende Werte der relevanten Bewertungsgrößen aufzulisten, wenn man die Interaktionen berücksichtigt bzw. vernachlässigt:
 1. **Mittelwerte**
 2. **Maximal- und Minimalwerte** anhand der Verteilungsdichte-Diagramme
 3. **Teilversagenswahrscheinlichkeiten**
- **Ausschussquote:** Wie groß ist für den Nennwert-optimierten Antrieb die "Gesamtversagenswahrscheinlichkeit [in %]" (Unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus der Sample-Methode und Begründung der Wahl)?

Hinweise:

- Im Unterschied zur Sample-Methode haben die Einstellungen im virtuellen Entwurf keinerlei Einfluss auf die Ergebnisse der probabilistischen Simulation. Der virtuelle Entwurf wird in der Moment-Methode komplett ersetzt durch die analytische Berechnung der statistischen Momente der Ergebnis-Streuungen.

- Wir setzen vor den erforderlichen Experimenten in der realen Stichprobe der Versuchsplanung die Toleranz der zu vernachlässigenden Streuungen auf einen sehr kleinen Wert (auf **1/1000** der Original-Toleranz → für problemlose Rückänderung).
- Erforderlich ist danach jeweils eine komplette Neuberechnung nach dem Zurücksetzen der letzten Simulationsergebnisse.

Vorbereitung der Lösungseinsendung:

- Konfiguration des Experiments ohne reduzierte Streuungen unter Berücksichtigung der Interaktionen und den zugehörigen vollständig berechneten Ergebnissen.
- Der Workflow und alle Analyse-Fenster sind zu minimieren, mit Ausnahme der beiden zuletzt benutzten:
 1. **Verteilungsdichten** der relevanten Restriktionsgrößen
 2. **Sensitivity Chart** der relevanten Restriktionen

← →

Abgerufen von „http://index.php?title=Software:_SimX_-_Nadelantrieb_-_Probabilistik_-_Second-Order&oldid=28334“
