

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN  
FAKULTÄT ELEKTROTECHNIK UND  
INFORMATIONSTECHNIK  
Institut für Nachrichtentechnik

# DIPLOMARBEIT

*„Automatisierter Entwurf von Netzwerkcodes“*

von

*Andreas Krinke*

geboren am 18. Juni 1984 in Dresden

zur Erlangung des akademischen Grades

## DIPLOMINGENIEUR

(Dipl.-Ing.)

Tag der Einreichung: 31. Dezember 2009

Betreuer der Diplomarbeit: Prof. Dr.-Ing. E. Jorswieck

Verantwortlicher Hochschullehrer: Prof. Dr.-Ing. E. Jorswieck

# TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

## FAKULTÄT ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK

### Aufgabenstellung für die Diplomarbeit

für Herrn     Andreas Krinke

Thema         Automatisierter Entwurf von Netzwerkcodes

#### Zielsetzung:

Vor 10 Jahren wurde die Netzwerkcodierung als neues Konzept eingeführt und es konnte gezeigt werden, dass eine gemeinsame Codierung mehrerer Pakete an Netzwerkknoten zu einer substantiellen Durchsatzsteigerung führen kann [Ahl00]. Für statische Netzwerktopologien kann ein deterministischer Netzwerkcode entworfen werden, der mit minimaler Alphabetgröße den min-cut max-flow Wert des Netzwerkes erreicht [Fra07].

In der Diplomarbeit soll der systematische Entwurf von Netzwerkcodes weiter entwickelt und besser verstanden werden. Dazu soll ein Werkzeug entwickelt werden, welches erlaubt

1. eine Netzwerktopologie zu definieren als gewichteten und gerichteten azyklischen Graphen  $G = (V, E)$  (mit/ohne Verzögerungen) und mit  $h$  Quellen und  $N$  Empfängern und
2. das multi-cast Netzwerkcodierungsproblem automatisiert in den folgenden Schritten zu lösen:
  - (a) Berechnung des min-cut max-flow Wertes mithilfe des Ford-Fulkerson Algorithmus für alle Empfänger.
  - (b) Erzeugung und Darstellung des Linengraphens nach [Fra07, Abs. 3.1.2].
  - (c) Minimale Teilbaumzerlegung und Darstellung nach [Fra07, Abs. 3.3.1].
  - (d) Konstruktion der Zustandsübergangsfunktionen  $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_N$  nach [Fra07, Abs. 3.2].
  - (e) Entwicklung eines Algorithmus zur Bestimmung der Netzwerkcodierungskoeffizienten über einem geeigneten Alphabet  $F_q$  zum Beispiel nach [Fra07, Abs. 5.2], so dass  $\prod_{k=1}^N \det(\mathbf{A}_k) \neq 0$ .

Das Werkzeug wird mit den Standardmodellen in der Literatur getestet und auf minimale Alphabetgröße und geringe Komplexität optimiert. Analytische Abschätzungen der minimalen Alphabetgröße werden diskutiert und illustriert.

#### Literatur:

[Ahl00] Rudolf Ahlswede, Ning Cai, Shuo-Yen Robert Li und Raymond W. Yeung: 'Network Information Flow', IEEE Trans. on Inf. Theory, vol. 46, no. 4, Juli 2000.

[Fra07] Christina Fragouli und Emina Soljanin: 'Network Coding Fundamentals', Foundations and Trends in Networking, vol. 2, no. 1, Now publishers, 2007.

**Betreuer** Prof. Dr.-Ing. E. Jorswieck

**Ausgehändigt am** 01.07.2009

**Einzureichen bis** 31.12.2009

Prof. Dr.-Ing. Großmann  
**Vorsitzender des Prüfungsausschusses**

Prof. Dr.-Ing. Jorswieck  
**Verantwortlicher Hochschullehrer**

---

## Kurzfassung

Das vor circa zehn Jahren entstandene Fachgebiet der Netzwerkcodierung beschäftigt sich mit Netzwerken, deren einzelne Knoten die ankommenden Pakete nicht nur weiterleiten, sondern auch kombinieren können. Im Rahmen dieser Arbeit entstand ein Werkzeug, das nach Eingabe einer Netzwerktopologie automatisch Netzwerkcodes für ein Multicast-Szenario entwerfen kann. Der Prozess ist in mehrere Zwischenschritte unterteilt, minimiert die auftretenden Verzögerungen und unterstützt zwei verschiedene Algorithmen zur Bestimmung der Codes. Durch die Anwendung der Netzwerkcodierung kann der Durchsatz erhöht und die Ressourcenauslastung verbessert werden.

Nach der Vermittlung der zum Verständnis notwendigen Grundlagen wird der Hauptsatz der Netzwerkcodierung erläutert. Den Hauptteil bildet die Beschreibung der Implementation des Werkzeugs.

## Abstract

The scientific field of network coding had its advent about ten years ago. It introduced networks in which the nodes not only route incoming packets, but also combine them. Within the scope of this diploma thesis a tool was created that can automatically design network codes for multicasting in a specified network. This process consists of several steps, minimizes the delays until the receivers can decode a packet and supports two different algorithms for the design of the code. The utilization of network coding increases the throughput and performance of the network.

At the beginning, the basics which are necessary to understand network coding are imparted. Afterwards, the foundation of the field, the main theorem of network multicast, is explained and analyzed. In the main part the details of the implementation of the tool are described.

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>Kapitel 1 Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1 Grundlegende Definitionen der Graphentheorie . . . . .	3
1.1.1 Gerichtete Graphen . . . . .	6
1.1.2 Weitere Darstellungen . . . . .	9
1.2 Verwendete Algorithmen . . . . .	11
1.2.1 Breitensuche . . . . .	12
1.2.2 Tiefensuche . . . . .	13
1.2.3 Topologische Sortierung . . . . .	15
1.3 Flüsse auf Graphen . . . . .	16
1.3.1 Algorithmus von Ford und Fulkerson . . . . .	21
1.3.2 Algorithmus von Edmonds und Karp . . . . .	22
<b>Kapitel 2 Hauptsatz der Netzwerkcodierung</b>	<b>24</b>
2.1 Erweiterung des Hauptsatzes . . . . .	30
2.2 Multicast-Modell . . . . .	31
2.2.1 Grundlegendes Modell . . . . .	31
2.2.2 Liniengraph-Modell . . . . .	34
2.2.3 Teilbaumgraph-Modell . . . . .	35
2.3 Algebraische Interpretation . . . . .	38
<b>Kapitel 3 Beschreibung der Implementation</b>	<b>42</b>
3.1 Überblick . . . . .	42
3.2 Benutzerschnittstelle . . . . .	45
3.2.1 Anzeige und visuelle Modifikation von Graphen . . . . .	47
3.2.2 Automatisches Layout . . . . .	48
3.2.3 Laden, Speichern und Export . . . . .	49
3.3 Interne Repräsentation des Netzwerks . . . . .	50
3.3.1 Validierung . . . . .	51
3.3.2 Vorverarbeitung . . . . .	52
3.4 Bestimmung des maximalen Flusses . . . . .	53
3.5 Erzeugung und Minimierung des Liniengraphen . . . . .	55

---

3.5.1	Minimierung . . . . .	56
3.6	Teilbaumzerlegung . . . . .	57
3.7	Konstruktion der Transfermatrizen . . . . .	60
3.7.1	Konstruktion der benötigten Matrizen . . . . .	60
3.7.2	Symbolische Lösung . . . . .	62
3.8	Bestimmung der Netzwerkcodierungskoeffizienten . . . . .	65
3.8.1	Erschöpfende Suche zur Minimierung der Alphabetgröße . . . . .	66
3.8.2	Linearer Informationsfluss - Algorithmus . . . . .	71
<b>Kapitel 4</b>	<b>Ausgewählte Beispiele</b>	<b>75</b>
4.1	Beispiel 1 . . . . .	75
4.2	Beispiel 2 . . . . .	79
4.3	Beispiel 3 . . . . .	82
4.4	Beispiel 4 . . . . .	86
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>90</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>92</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>93</b>
	<b>Algorithmenverzeichnis</b>	<b>94</b>